

XV OLIMPIADA LATINOAMERICANA DE ASTRONOMÍA Y ASTRONÁUTICA

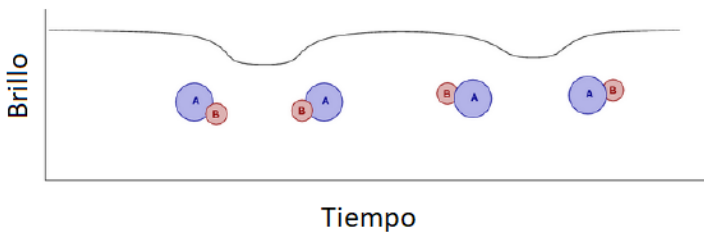
8 al 13 de octubre de 2023 – Ciudad de David – Chiriquí



1.

a) Con base en la grafica 5 días (válido 5.0-5.2)

b) Válido un esbozo cercano a la siguiente aproximación



c)

$$L_0 = L_A + L_B = 4\pi R_A^2 T_A^4 + 4\pi R_B^2 T_B^4 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$L_1 = L_A + L_B - 4\pi R_B^2 T_A^4 = L_A + 4\pi R_B^2 (T_B^4 - T_A^4) \quad \text{Ecuación 2}$$

$$L_2 = L_A \quad \text{Ecuación 3}$$

d)

$$\Delta t_{\text{tot}} = 2 \frac{(R_A - R_B)}{v_A + v_B} \quad \text{Ecuación 4}$$

$$\Delta t_{\text{ecl}} = 2 \frac{(R_A + R_B)}{v_A + v_B} \quad \text{Ecuación 5}$$

e)

Para ambos eclipses $\varphi_1 - \varphi_4 = 0,04$ y $\varphi_2 - \varphi_3 = 0,014$ lo cual significa un $\Delta t_{\text{tot}} = 0,07 \text{ d}$ y $\Delta t_{\text{ecl}} = 0,20 \text{ d}$

f)

i. $\sim 12 \text{ km/s}$ alejándose del Sol

ii. Roja: $0,5[+95 - (-70)] \text{ km/s} = \text{83 km/s}$

Negra: $0,5[+78 - (-56)] \text{ km/s} = \text{67 km/s}$

L_1 es el eclipse primario ya que $T_A > T_B$

g)

Usando la ecuación 4 y los resultados anteriores:

$$(0,07)(24)(60^2)s = 2 \frac{R_A - R_B}{150 \text{ km/s}}$$

Además

$$(0,2)(24)(60^2)s = 2 \frac{R_A + R_B}{150 \text{ km/s}}$$

Obteniendo

$$R_A = 8,748 \times 10^5 \text{ km} \text{ y } R_B = 4,86 \times 10^5 \text{ km}$$

Por lo que:

$$R_A = 1,26 \text{ y } R_B = 0,60$$

h)

Cada estrella se mueve alrededor de su centro de masa. El radio de la órbita de cada uno está dado por:

$$2\pi_{A,B} = v_{A,B}P$$

Las estrellas están a una distancia

$$a = a_A + a_B = \frac{(v_A + v_B)P}{2\pi} = \left(150 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right)(5)(26) \frac{60^2}{2\pi} s = 1,031 \times 10^7 \text{ km} = 1,031 \times 10^{10} \text{ m} = 0,69 \text{ UA}$$

i)

De la definición de centro de masa tenemos $m_1 v_1 = m_2 v_2$, no se sabe la correspondencia de las estrellas, solo se nota estrella 1 y 2.

Suponga que 1 es más masiva. Entonces $m_2 = qm_1$

Usando la tercera ley de Kepler, tenemos que:

$$\frac{a^3}{p^2} = m_1 + m_2, \text{ por lo que } m_1 + m_2 = \frac{0,069^3}{\left(\frac{5}{365,25}\right)^2}, \text{ combinándolas tenemos que:}$$

$$m_1 = 0,97 M_\odot \text{ y } m_2 = 0,78 M_\odot$$

j)

Justamente después del eclipse primario ($\varphi = 0$), la estrella representada con líneas sólidas negras se encuentra en movimiento hacia el lector. Esta es la estrella que ha sido sombreada por el eclipse la cual es la mas caliente dado por la respuesta expresada en (e). La curva solida negra tiene una amplitud mas corta, por tanto, de la definición de momentum $m_1 v_1 = m_2 v_2$ concluimos que la estrella que ha presentado el eclipse primario es la mas caliente y masiva. La estrella A.

k)

$$F_0 = \frac{L_A + L_B}{4\pi d^2} = \frac{4\pi R_A^2 T_A^4 + 4\pi R_B^2 T_B^4}{4\pi d^2}$$

$$F_1 = \frac{L_A + 4\pi R_B^2 (T_A^4 - T_B^4)}{4\pi d^2} = \frac{4\pi R_A^2 T_A^4 + 4\pi R_B^2 (T_A^4 - T_B^4)}{4\pi d^2}$$

$$F_2 = \frac{L_A}{4\pi d^2}$$

Luego

$$\frac{F_0 - F_1}{F_0 - F_2} = \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^4$$

De la figura 3, $F_1 = 0,63F_0$, $F_2 = 0,83F_0$ por lo que $\frac{T_A}{T_B} = 1,214$

$$T_B = 4790 \text{ K}$$

l)

Utilizando la luminosidad BB y los valores obtenidos arriba, $L_0 = 1,8L_\odot$

m)

De la ecuación de magnitudes $m = -2,5 \log(F) + C$ y $M = -2,5 \log\left(\frac{L}{4\pi(10pc)^2}\right) + C$

Valido para cualquier filtro y medidas bolométricas, pero con diferentes constantes.

$$m_{\text{bol}} - M_{\text{bol}\odot} = G - M_{g,\odot}$$

$$m_{\text{bol}} - M_{\text{bol}\odot} = -2,5 \left(\frac{L_0}{L_\odot}\right) - 2 \log\left(\frac{d}{10pc}\right)$$

Usando los resultados anteriores tenemos que $d = 911 \text{ pc}$

n)

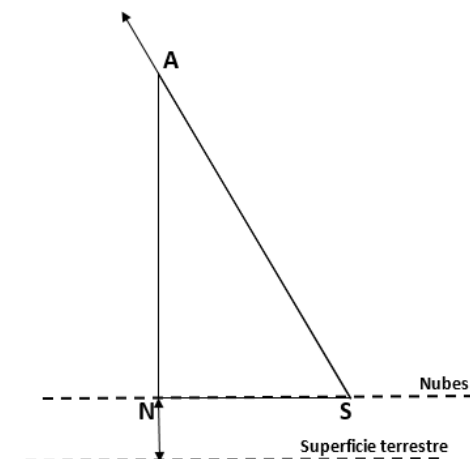
$$d = \frac{1}{\pi} = 922 \text{ pc}$$

La diferencia es tan sólo del 1%

2.

El 21 de junio, la declinación del Sol es de $\delta=23,4^\circ$, y su altura al medio día (este es el momento de la culminación superior) se puede encontrar fácilmente usando la formula:

$h = 90^\circ - \varphi + \delta = 63,4^\circ$ lo cual corresponde a la altura angular del So, en ese momento.



Dibujando un triángulo rectángulo con vértice en el avión (A), su sombra (S), y el nadir en la capa de nubes (N). Uno de los catetos de este triángulo es igual a $AN=11,719 - 3,169 = 8,550$ m, y el segundo cateto (NS) es la distancia que estamos buscando. El ángulo $\angle NSA$ es el ángulo entre el horizonte y la dirección hacia el Sol. Es igual a la altura angular del Sol sobre el horizonte: $\angle NSA = 90^\circ - 63,4^\circ = 26,6^\circ$. Por lo tanto, la distancia desde la sombra hasta el nadir es igual a:

$$NS = 8,550 \operatorname{tg} 26,6^\circ = 4,281 \text{ m}$$

En las latitudes medias del hemisferio sur de la Tierra, el Sol al medio día se encuentra al norte de la línea vertical. Por lo tanto, la sombra estará al sur de la línea vertical y, en consecuencia, del nadir en las nubes.

3.

a.

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(M_* + M_{\text{SN}})} = 8,16 \text{ d (para } 1,5M_\odot)$$

Rango de masas observadas como respuestas ($1,5M_\odot$ a $2,2M_\odot$)

8,0 días a 8,2 días

b.

220s

4.

a) A, C

b) invierno