

XII Olimpiada Latino-americana de Astronomía y Astronáutica

21 a 30 de noviembre de 2020 – Ecuador (Virtual)

Prueba Teórica Individual – Soluciones



Prueba Teórica Individual - Soluciones

Pregunta 1:

El período sideral P_H del hipotético planeta se puede estimar mediante:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P_H} - \frac{1}{P_{Terra}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{P_H} - \frac{1}{1} \Rightarrow P_H = \frac{2}{3} \text{ año}$$

Por tanto, de la 3ª Ley de Kepler, se deriva:

$$a^3 = P_H^2 \Rightarrow a = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \Rightarrow a = 0,763 \text{ ua}$$

Pregunta 2:

a) Siendo m el porcentaje de masa de los satélites Starlink en relación a la masa total del Falcon 9 en el momento del despegue, tenemos:

$$m = \frac{m_{\text{satélites}}}{M_{\text{Falcon9}}} \cdot 100\% \Rightarrow m = \frac{15000}{553900} \cdot 100\% \Rightarrow m = 2,71\%$$

b)

Considerando que en el momento del despegue se activan los 9 motores del Falcon 9, de la 2ª Ley de Newton, tenemos:

$$R = m \cdot \gamma \Rightarrow 9 \cdot E - P_{\text{Falcon9}} = M_{\text{Falcon9}} \cdot a \Rightarrow 9 \cdot 850\,000 - 553\,900 \cdot 9,81 = 553\,900 \cdot a \Rightarrow a = 4,0 \text{ m/s}^2$$

c) Sabiendo que la masa total inicial de M_i la 2ª etapa está compuesta por la masa del propulsor (RP-1 y LOX), la masa estructural y los satélites; la masa total final de M_f la segunda etapa es la masa después de que se haya consumido todo el propulsor, de la ecuación del cohete, resulta:

$$\Delta v = c \cdot \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right) = c \cdot \ln \left(\frac{m_{RP-1} + m_{LOX} + m_{est} + m_{sat}}{m_{est} + m_{sat}} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta v = 3500 \cdot \ln \left(\frac{3,1 \cdot 10^4 + 7,3 \cdot 10^4 + 4,0 \cdot 10^3 + 1,5 \cdot 10^4}{4,0 \cdot 10^3 + 1,5 \cdot 10^4} \right) \Rightarrow \Delta v = 6537,1 m/s \Rightarrow \boxed{\Delta v = 23\,533,6 km/h}$$

Pregunta 3:

De la ecuación no relativista del Efecto Doppler, tenemos que la velocidad radial v_r de Aldebarán es:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \Rightarrow \frac{0,079}{440,5} = \frac{v_r}{3 \cdot 10^5} \Rightarrow \boxed{v_r = 53,80 km/s}$$

La velocidad tangencial v_t viene dada por:

$$\left| \begin{array}{l} v_t (km/s) = \mu (rad/s) \cdot d (km) \\ d (pc) = \frac{1}{\pi (")} \end{array} \right. \Rightarrow v_t = 0,20 \cdot \frac{4,848 \cdot 10^{-6}}{3,153 \cdot 10^7} \cdot \frac{3,086 \cdot 10^{13}}{0,048} \Rightarrow v_t = 19,77 km/s$$

Por lo tanto, la velocidad total de v_T la estrella es:

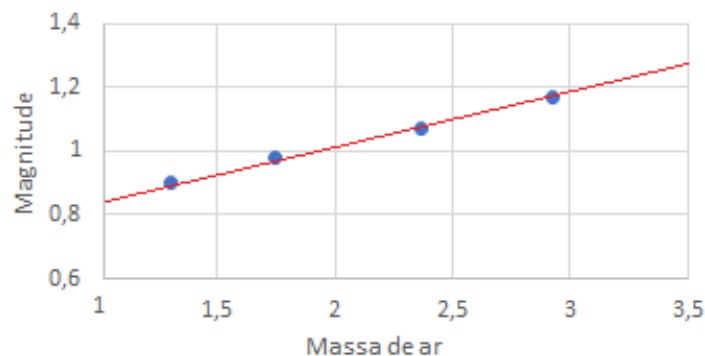
$$v_T^2 = v_r^2 + v_t^2 \Rightarrow v_T^2 = 53,80^2 + 19,77^2 \Rightarrow \boxed{v_T = 57,32 km/s}$$

Pregunta 4:

1. Sabiendo que la distancia cenital z viene dada por $z = 90^\circ - h$, donde h es la altura de la estrella, tenemos que la masa de aire X en cada caso es:

Altura	Magnitud	z	X
50°	0,90	40°	1,305
35°	0,98	55°	1,743
25°	1,07	65°	2,366
20°	1,17	70°	2,924

2. De los datos anteriores, tenemos:



Del gráfico sale:

$$\boxed{M = 0,16 \cdot X + 0,68}$$

3. El coeficiente angular de la ecuación deducida en el punto 2 (0,16) está asociado al coeficiente de extinción atmosférica, es decir, la tasa de pérdida de magnitud de la estrella cuando su luz atraviesa la atmósfera. El coeficiente lineal (0,68) representa la magnitud de la estrella fuera de la atmósfera.

Pregunta 5:

a) De la ecuación general de magnitudes, tenemos:

$$M_{Total} - M = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{L_{Total}}{L}\right) \Rightarrow M_{Total} - (-3) = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{5.L}{L}\right) \Rightarrow \boxed{M_{Total} = -4,75}$$

b) Como el resultado obtenido es inferior a -3 ($M_{Total} < M$), tenemos que la luminosidad del conjunto estelar es mayor que la luminosidad de una sola de sus componentes.

Pregunta 6:

1. De la conservación de la energía, tenemos que el semieje mayor a de la órbita de la piedra está dado por:

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{GM_T \cdot m}{R_T + h} = -\frac{GM_T m}{2a} \Rightarrow a = \frac{1}{\frac{2}{R_T + h} - \frac{V^2}{GM_T}}$$

Dado que la velocidad en el momento del lanzamiento es horizontal, entonces tiene lugar en el apogeo. Por lo tanto, la excentricidad de la órbita se puede expresar por:

$$\begin{aligned} R_T + h &= a \cdot (1 + e) \Rightarrow e = \frac{R_T + h}{a} - 1 \Rightarrow e = (R_T + h) \cdot \left(\frac{2}{R_T + h} - \frac{V^2}{GM_T} \right) - 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow e = \left(2 - \frac{V^2 \cdot (R_T + h)}{GM_T} \right) - 1 \Rightarrow e = 1 - \frac{V^2 \cdot (R_T + h)}{GM_T} \end{aligned}$$

Comparando la ecuación de excentricidad presentada en el enunciado y la determinada anteriormente, obtenemos:

$$\left| \begin{aligned} e &= 1 - \left(\frac{V}{K} \right)^2 \\ e &= 1 - \frac{V^2 \cdot (R_T + h)}{GM_T} \end{aligned} \right. \Rightarrow 1 - \left(\frac{V}{K} \right)^2 = 1 - \frac{V^2 \cdot (R_T + h)}{GM_T} \Rightarrow \boxed{K = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}}$$

2. Analizando la ecuación de la excentricidad determinada, tenemos que $\frac{V^2(R_T+h)}{GM_T} > 0$; luego $e < 1$. Por tanto, estrictamente hablando, la órbita de la piedra es una elipse.

NOTA: Tenga en cuenta que para valores pequeños de V e h en comparación con R_T , M_T y G , tenemos $\frac{V^2(R_T+h)}{GM_T} \ll 1$; por lo tanto $e \approx 1$, una buena aproximación de la órbita parabólica.

3. Analizando la ecuación K , determinada en el ítem 1, vemos que este parámetro tiene una dimensión de velocidad. Tenga en cuenta que la ecuación es la misma que caracteriza la velocidad tangencial de una estrella en una órbita circular alrededor de la Tierra.