

IX Olimpiada Latinoamericana de Astronomía y Astronáutica

08 al 13 de octubre de 2017 – Antofagasta – Chile



Prueba Teórica Individual - Soluciones

1) a) Entre los años 141 a.C. y 1802 d.C., la variación de la longitud eclíptica ($\Delta\lambda$) de un punto sidereal fue:

$$\Delta\lambda = 201^{\circ}04'41'' - 174^{\circ}07'30'' \Rightarrow \Delta\lambda = 26^{\circ}57'11''$$

Por tanto, el desplazamiento anual del punto vernal es:

$$\omega = \frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = \frac{26^{\circ}57'11''}{1802+141} \Rightarrow \omega = 50''/\text{año}$$

b) Entre los años 141 a.C. y 2017 d.C., tenemos que la variación de la longitud eclíptica ($\Delta\lambda'$) de cualquier punto de la constelación de Leo fue:

$$\omega = \frac{\Delta\lambda'}{\Delta t'} \Rightarrow \frac{50''}{1 \text{ año}} = \frac{\Delta\lambda'}{(2017+141) \text{ año}} \Rightarrow \Delta\lambda' = 107\,900'' \Rightarrow \Delta\lambda' = 30^{\circ}$$

2) Comparando la magnitud de cada una de las componentes del cúmulo con cualquier estrella de referencia, de magnitud $m_0 = 0$ y flujo F_0 , de la ecuación general de magnitudes, tenemos que los flujos de las estrellas del cúmulo se pueden expresar por:

$$m - m_0 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{F}{F_0}\right) \Rightarrow \frac{F}{F_0} = 10^{\frac{m_0 - m}{2.5}} \Rightarrow \frac{F}{F_0} = 10^{\frac{-m}{2.5}}$$

$$\frac{F_1}{F_0} = 10^{\frac{-m_1}{2.5}} = 10^{\frac{-5.09}{2.5}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_0} = 9,204 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{F_2}{F_0} = 10^{\frac{-m_2}{2.5}} = 10^{\frac{-3.62}{2.5}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_0} = 3,564 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{F_3}{F_0} = 10^{\frac{-m_3}{2.5}} = 10^{\frac{-2.90}{2.5}} \Rightarrow \frac{F_3}{F_0} = 6,918 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{F_4}{F_0} = 10^{\frac{-m_4}{2.5}} = 10^{\frac{-3.87}{2.5}} \Rightarrow \frac{F_4}{F_0} = 2,831 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{F_5}{F_0} = 10^{\frac{-m_5}{2.5}} = 10^{\frac{-4.30}{2.5}} \Rightarrow \frac{F_5}{F_0} = 1,905 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{F_6}{F_0} = 10^{\frac{-m_6}{2.5}} = 10^{\frac{-4.18}{2.5}} \Rightarrow \frac{F_6}{F_0} = 2,128 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{F_7}{F_0} = 10^{\frac{-m_7}{2.5}} = 10^{\frac{-3.70}{2.5}} \Rightarrow \frac{F_7}{F_0} = 3,311 \cdot 10^{-2}$$

Como B observa que el cúmulo es un solo punto y no hay eclipse entre los componentes, observará la magnitud aparente combinada (m_c) de las estrellas del Olimpo 010101, por lo que:

$$\left| \begin{array}{l} m_C - m_0 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{F_T}{F_0}\right) \Rightarrow m_C = -\frac{5}{2} \log(0,215774) \Rightarrow m_C = 1,665 \\ F_T = \sum_{i=1}^7 \frac{F_i}{F_0} \end{array} \right.$$

3) Siendo L_S , T_S , y R_S , respectivamente, la luminosidad, temperatura y radio del Sol; tenemos que la potencia recibida (P_R) por el planeta Tierra, de radio R_T , a una distancia d hacer, se puede expresar mediante:

$$\left| \begin{array}{l} F_S = \frac{L_S}{4\pi \cdot d^2} \\ L_S = 4\pi R_S^2 \cdot \sigma \cdot T_S^4 \Rightarrow \frac{P_R}{\pi \cdot R_T^2} = \frac{4\pi R_S^2 \cdot \sigma \cdot T_S^4}{4\pi \cdot d^2} \Rightarrow P_R = \frac{\pi \cdot R_T^2 \cdot R_S^2 \cdot \sigma \cdot T_S^4}{d^2} \\ F_S = \frac{P_R}{\pi \cdot R_T^2} \end{array} \right.$$

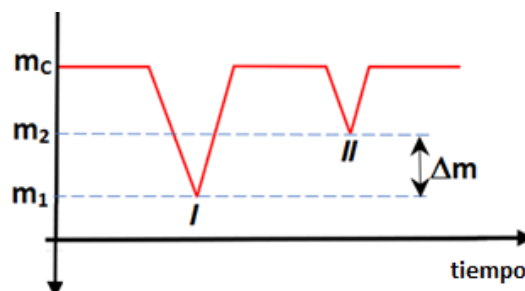
Considerando que la Tierra se comporta como un cuerpo negro ideal ($\varepsilon = 1$), en equilibrio térmico, su temperatura (T_T) viene dada por:

$$\left| \begin{array}{l} P_R = \frac{\pi \cdot R_T^2 \cdot R_S^2 \cdot \sigma \cdot T_S^4}{d^2} \\ P_E = \varepsilon \cdot 4\pi R_T^2 \cdot \sigma \cdot T_T^4 \Rightarrow \varepsilon \cdot 4\pi R_T^2 \cdot \sigma \cdot T_T^4 = \frac{\pi \cdot R_T^2 \cdot R_S^2 \cdot \sigma \cdot T_S^4}{d^2} \Rightarrow T_T = T_S \cdot \sqrt{\frac{R_S}{2d}} \\ P_E = P_R \end{array} \right.$$

Por tanto, la diferencia de temperatura (ΔT) en el planeta Tierra cuando se encuentra en perihelio (T_1) y afelio (T_2) será:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_S \cdot \sqrt{\frac{R_S}{2d_1}} = 5800 \cdot \sqrt{\frac{4,6 \cdot 10^{-3}}{2,0,98}} \Rightarrow T_1 = 280,98K \\ T_2 &= T_S \cdot \sqrt{\frac{R_S}{2d_2}} = 5800 \cdot \sqrt{\frac{4,6 \cdot 10^{-3}}{2,1,01}} \Rightarrow T_2 = 276,78K \\ \Delta T &= T_1 - T_2 = 280,98 - 276,78 \Rightarrow \Delta T = 4,20K \end{aligned}$$

4) Considerando que las estrellas tienen radios iguales y el plano orbital está en la dirección de la línea de visión, analizando el gráfico tenemos que: *I* indica el mínimo primario, es decir, la estrella más fría eclipsa completamente a la estrella más caliente; y *II* el mínimo secundario, es decir, la estrella caliente eclipsa completamente a la estrella más fría. La magnitud mínima ocurre cuando no hay eclipse y es equivalente a la magnitud combinada del sistema (m_C).



Asumiendo que las estrellas están a la misma distancia del observador, de la ecuación general de magnitudes, tenemos que m_1 se puede expresar por:

$$m_C - m_1 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{L_1 + L_2}{L_1}\right) \Rightarrow m_C - m_1 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{L_1 + L_2}{L_1}\right) \Rightarrow m_C - m_1 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T_1^4 + 4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T_2^4}{4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T_1^4}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{5}{2} \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_1^4}\right) + m_C$$

Análogamente para m_2 , obtenemos:

$$m_2 = \frac{5}{2} \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_2^4}\right) + m_C$$

Por tanto, la diferencia entre las magnitudes (Δm) será:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = m_C - m_2 = \frac{5}{2} \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_1^4}\right) + m_C - \frac{5}{2} \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_2^4}\right) - m_C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{5}{2} \left[\log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_1^4}\right) - \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_2^4}\right) \right] \Rightarrow \Delta m = \frac{5}{2} \cdot \log\left(\frac{T_2^4}{T_1^4}\right) \Rightarrow \Delta m = 10 \cdot \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta m = 10 \cdot \log\left(\frac{12000}{5000}\right) \Rightarrow \Delta m = 3,80$$