

VIII Olimpiada Latino-americana de Astronomía y Astronáutica

03 al 08 de octubre de 2016 – Córdoba – Argentina



Prueba Teórica Individual - Soluciones

1) a) Considerando que la velocidad promedio de caminata del ser humano es de 5 km/h, tenemos que el tiempo necesario, caminando, para recorrer la distancia de Córdoba a Porto Alegre es:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{1400}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 280 \text{ h}$$

Si una persona sana puede caminar unas 10 horas diarias, tardará unos 28 días en recorrer la distancia. Como la VIII prueba OLAA tuvo lugar a principios de octubre, habrá tiempo suficiente para cubrir el recorrido antes de que finalice el año.

b) La distancia, en km, a Próxima Centauri es aproximadamente:

$$p = \frac{1}{d} \Rightarrow 0,8 = \frac{1}{d} \Rightarrow d = 1,25 \text{ pc} = 1,25 \cdot 3,1 \cdot 10^{13} \text{ km} \Rightarrow d \approx 4 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

Considerando la distancia entre Plutón y el exoplaneta Próxima B prácticamente igual a la distancia Sol-Próxima Centauri, tenemos que el tiempo de viaje de *New Horizons* sería de:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 14 = \frac{4 \cdot 10^{13}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t \approx 3 \cdot 10^{12} \text{ s} \approx 100000 \text{ años}$$

Si una generación humana dura una media de 25 años, al cabo de 4000 generaciones recibiríamos las imágenes de *New Horizons*.

c) Para una sonda que alcanza el 20% de la velocidad de la luz, el tiempo de viaje es aproximadamente:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 20\% \cdot c = \frac{d}{\Delta t'} \Rightarrow 0,2 \cdot 3 \cdot 10^5 = \frac{4 \cdot 10^{13}}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' \approx 6,7 \cdot 10^8 \text{ s} \approx 22 \text{ años}$$

Por tanto, es posible llegar a ver las imágenes tomadas por la sonda del exoplaneta Próxima B.

2) un) Sabiendo que el paralaje del cúmulo es de 0,057", tenemos:

$$p = \frac{1}{d} \Rightarrow 0,057 = \frac{1}{d} \Rightarrow d = 17,54 \text{ pc} = 5,438 \cdot 10^{19} \text{ cm}$$

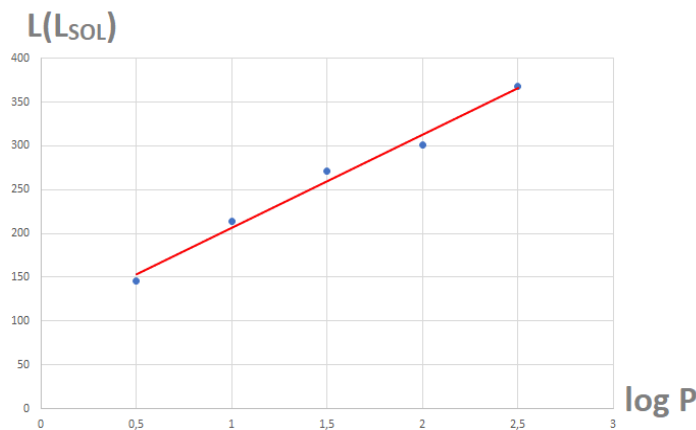
b) La luminosidad de cada una de las estrellas, en luminosidades solares, es:

$$\begin{aligned}
 L_1 &= F_1 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_1 = 5,571 \cdot 10^{35} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} = 145,46 L_S \\
 L_2 &= F_2 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_2 = 8,171 \cdot 10^{35} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} = 213,35 L_S \\
 L_3 &= F_3 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 2,8 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_3 = 10,399 \cdot 10^{35} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} = 271,53 L_S \\
 L_4 &= F_4 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 3,1 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_4 = 11,514 \cdot 10^{35} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} = 300,63 L_S \\
 L_5 &= F_5 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 3,8 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_5 = 14,114 \cdot 10^{35} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} = 368,51 L_S
 \end{aligned}$$

Completando la tabla tenemos:

Estrella	registro P (días)	Caudal ($10^{-5} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$)	Luminosidad ($L_\odot$)
Variable 1	0.5	1.5	145.46
Variable 2	1	2.2	213.35
Variable 3	1.5	2.8	271.53
variable 4	dos	3.1	300.63
Variable 5	2.5	3.8	368.51

c) De los datos de la tabla tenemos:



La ecuación lineal que se ajusta a la función es:

$$L(L_{Sol}) = 106,7 \cdot \log P(\text{dias}) + 99,89$$

d) De la ecuación hallada en el inciso (c), tenemos que la luminosidad de la estrella es:

$$L(L_{Sol}) = 106,7 \cdot \log P(\text{dias}) + 99,89 \Rightarrow L(L_{Sol}) = 106,7 \cdot \log(178) + 99,89 \Rightarrow L(L_{Sol}) = 340$$

Por lo tanto:

$$F = \frac{L}{4\pi \cdot d^2} \Rightarrow 1,14 \cdot 10^{-15} = \frac{340 \cdot 3,83 \cdot 10^{33}}{4\pi d^2} \Rightarrow d = 9,537 \cdot 10^{24} \text{ cm} \Rightarrow d = 3,08 \cdot 10^6 \text{ pc}$$

e) Comparando la magnitud absoluta de la estrella Cefeida M con Sol M_{Sol} , tenemos:

$$M - M_{Sol} = -\frac{5}{2} \cdot \log\left(\frac{L}{L_{Sol}}\right) \Rightarrow M - 4,83 = -\frac{5}{2} \cdot \log(340) \Rightarrow M = -1,49$$

De la ecuación de Pogson, tenemos que la magnitud aparente m de la estrella es:

$$m - M = 5 \log d - 5 \Rightarrow m + 1,49 = 5 \log(3,076 \cdot 10^6) - 5 \Rightarrow m = 26$$

3) a) Analizando la tabla, tenemos que la variación de la distancia en 1 Mpc, produce una variación de la velocidad de 70 km/s, por lo tanto, en este caso, la constante de Hubble tiene valor de:

$$H_0 = 70 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

b) Tomando como referencia un extraterrestre en la galaxia D y respetando la geometría que se muestra en la figura, tenemos:

$$d_A^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow d_A = 3,16 \text{ Mpc}$$

$$d_B^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 135^\circ \Rightarrow d_B = 2,80 \text{ Mpc}$$

$$d_C^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 135^\circ \Rightarrow d_C = 1,85 \text{ Mpc}$$

$$d_{VL} = 1 \text{ Mpc} \quad d_E = 1 \text{ Mpc}$$

$$d_F^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow d_F = 3,16 \text{ Mpc}$$

$$v_A^2 = 210^2 + 70^2 \Rightarrow v_A = 221,36 \text{ km/s}$$

$$v_B^2 = (140 \cdot \cos 45^\circ)^2 + (140 \cos 45^\circ + 70)^2 \Rightarrow v_B = 195,85 \text{ km/s}$$

$$v_C^2 = (70 \cdot \cos 45^\circ)^2 + (70 \cos 45^\circ + 70)^2 \Rightarrow v_C = 129,34 \text{ km/s}$$

$$v_{VL} = 70 \text{ km/s} \quad v_E = 140 - 70 = 70 \text{ km/s}$$

$$v_F^2 = 210^2 + 70^2 \Rightarrow v_F = 221,36 \text{ km/s}$$

Galaxia	Distancia (Mpc)	Velocidad (km/s)
A	3,16	221,36
B	2,80	195,85
W	1,85	129,34
Vía Láctea	1	70
Y	1	70
F	3,16	221,36

c) Dividiendo las velocidades y distancias encontradas en el punto anterior, tenemos que el valor de la constante de la "Ley ET" (H_{ET}), es:

$$H_{ET} = 70 \text{ km.s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$$

d) No la diferencia entre la Ley de Hubble y la "Ley ET". Se puede ver que el valor de la constante de Hubble es válido en una escala cosmológica y es independiente del marco de referencia elegido.

4) a) Considerando Marte en oposición a la Tierra, en relación al Sol, tenemos:



b) La distancia mínima y máxima, en metros, entre la Tierra y Marte es:

$$d_{\min} = 1,52 - 1 = 0,52 \text{ ua} = 7,80 \cdot 10^{10} \text{ m} \quad d_{\max} = 1,52 + 1 = 2,52 \text{ ua} = 3,78 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

c) Siendo R_M el radio de Marte, el diámetro angular mínimo y máximo, en segundos de arco, con el que se puede ver Marte desde la Tierra es:

$$\text{tg} \theta_{\min} = \frac{2R_M}{d_{\max}} = \frac{2 \cdot 3,397 \cdot 10^6}{3,78 \cdot 10^{11}} \Rightarrow \theta_{\min} = 3,71'' \quad \text{tg} \theta_{\max} = \frac{2R_M}{d_{\min}} = \frac{2 \cdot 3,397 \cdot 10^6}{7,80 \cdot 10^{10}} \Rightarrow \theta_{\max} = 17,97''$$

d) Considerando que el diámetro de 1 peso argentino es de 2 cm, tenemos:

$$\text{tg} \theta_{\max} = \frac{d_p}{d} \Rightarrow \text{tg} 17,97'' = \frac{2}{d} \Rightarrow d = 2,3 \cdot 10^4 \text{ cm} = 230 \text{ m}$$

e) La culminación superior ocurre cuando Marte alcanza la altura máxima para el observador. Por tanto, en su máxima aproximación, la hora local aproximada de culminación será a las 00:00 horas, ya que Marte estará en oposición al Sol.

Ya en su máxima distancia, la hora local aproximada de culminación será a las 12:00 horas, ya que Marte estará en conjunción con el Sol.

f) Para poder ver la extensión del Valles Marineris, el factor limitante será su anchura. El diámetro angular mínimo y máximo (α) del ancho de Valles Marineris visto desde la Tierra es:

$$tg \alpha_{mín} = \frac{600km}{d_{máx}} = \frac{6 \cdot 10^5}{3,78 \cdot 10^{11}} \Rightarrow \alpha_{mín} = 0,327'' \quad tg \alpha_{máx} = \frac{600km}{d_{mín}} = \frac{6 \cdot 10^5}{7,80 \cdot 10^{10}} \Rightarrow \alpha_{máx} = 1,586''$$

En cuanto a la resolución de un objeto, la resolución angular debe ser aproximadamente 1/3 del diámetro angular del objeto, tenemos que el diámetro mínimo y máximo del telescopio para distinguir toda la extensión del *cañón*, será:

$$\frac{\alpha_{máx}}{3} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D_{mín}} \Rightarrow \frac{1,586 \cdot 4,898 \cdot 10^{-6}}{3} = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9}}{D_{mín}} \Rightarrow D_{mín} = 0,259m = \boxed{26cm}$$

$$\frac{\alpha_{mín}}{3} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D_{máx}} \Rightarrow \frac{0,327 \cdot 4,898 \cdot 10^{-6}}{3} = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9}}{D_{máx}} \Rightarrow D_{máx} = 1,257m = \boxed{126cm}$$

g) Vistos desde el Sol, los diámetros angulares aparentes de la Tierra (θ_T) y Marte (θ_M) son:

$$tg \theta_T = \frac{2R_T}{d_{T-S}} = \frac{2 \cdot 6,371 \cdot 10^6}{1,5 \cdot 10^{11}} \Rightarrow \theta_T = 8,58 \cdot 10^{-5} rad \quad tg \theta_M = \frac{2R_M}{d_{M-S}} = \frac{2 \cdot 3,397 \cdot 10^6}{1,52 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}} \Rightarrow \theta_M = 3,01 \cdot 10^{-5} rad$$

La velocidad angular de cada estrella es:

$$\omega_T = \frac{2\pi}{P_T} = \frac{2\pi}{1 \text{ ano}} = 2\pi \frac{rad}{ano} \quad \omega_M = \frac{2\pi}{P_M} = \frac{2\pi}{\sqrt{a_M^3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{1,52^3}} \Rightarrow \omega_M = \frac{2\pi}{1,87} \frac{rad}{ano}$$

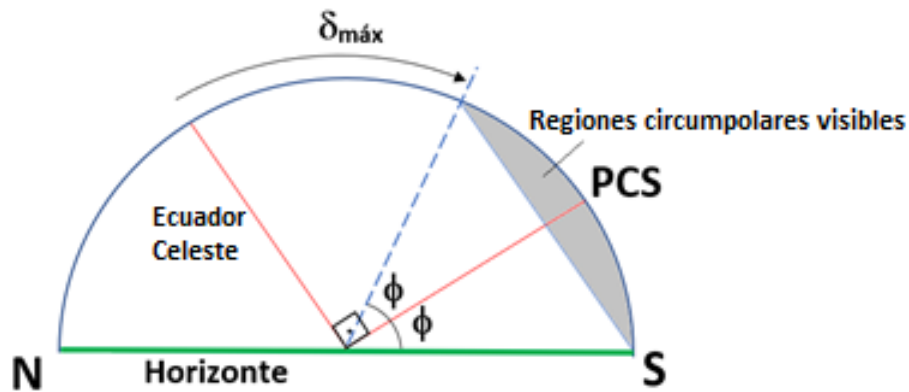
Considerando las órbitas circulares, coplanares y que Marte y la Tierra giran en el mismo sentido, tenemos que el tiempo de ocultación será:

$$\omega_R = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \omega_T - \omega_M = \frac{\theta_T + \theta_M}{\Delta t} \Rightarrow 2\pi - \frac{2\pi}{1,87} = \frac{8,58 \cdot 10^{-5} + 3,01 \cdot 10^{-5}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 3,967 \cdot 10^{-5} \text{ ano} \Rightarrow \Rightarrow \boxed{\Delta t = 20,83 \text{ min}}$$

5) a) Entre el 2 de marzo y el 15 de junio hay 105 días. Sabiendo que al cabo de 365,25 días la estrella estará culminando superiormente a la misma hora, tenemos que al cabo de 105 días el ángulo H entre la estrella y el meridiano local (ángulo horario) será:

$$H = 105 \text{ dias} \cdot \frac{360^\circ}{365,25 \text{ dias}} \Rightarrow H = 103,56^\circ \Rightarrow \boxed{H = 6h 53min 58s}$$

b) Del esquema tenemos:



$$|\phi| \geq 90^\circ - |\delta| \Rightarrow |\phi| \geq 90^\circ - 62^\circ 41' \Rightarrow |\phi| \geq 27^\circ 19' S$$

c) En **Ecuador**, porque $\phi = 0^\circ$ lo que implica $\delta = 90^\circ$.

d) La latitud del círculo polar antártico es de unos $66^\circ 30' N$, lo que implica que la declinación del Sol cuando se vuelve circumpolar debe ser:

$$\delta = 90^\circ - \phi \Rightarrow \delta = 90^\circ - 66^\circ 30' \Rightarrow \delta = +23^\circ 30'$$

Que corresponde al **solsticio de diciembre**.