

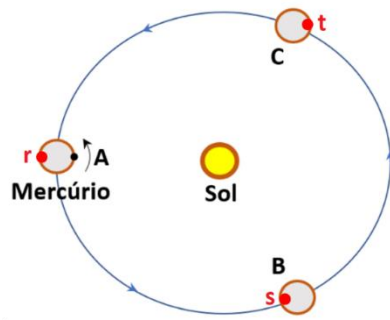
VII Olimpiada Latinoamericana de Astronomía y Astronáutica

27 de septiembre al 4 de octubre de 2015 – Río de Janeiro



Prueba Teórica Individual - Soluciones

1) Considerando que, por cada 3 rotaciones, Mercurio realiza 2 traslaciones, tenemos:



a) Tomando como referencia el punto negro señalado con la letra A en la figura, después de una traslación, Mercurio habrá girado una vez y media. Por lo tanto, el punto r debe estar marcado en el lado opuesto a la referencia indicada en A.

b) Después de un tercio de traslación, Mercurio habrá girado medio tiempo, por lo que el punto s debe indicarse en el lado opuesto a la referencia inicial.

c) Después de dos tercios de traslación, Mercurio habrá girado una vez, por lo que se debe marcar el punto t en la misma posición de la referencia inicial.

2) a) Siendo L_S la luminosidad del Sol, cuya masa es M_S , tenemos que el tiempo de vida Δt_S , en la secuencia principal es:

$$\left| \begin{aligned} L_S &= \frac{E_S}{\Delta t_S} \\ E_S &= 0,7\%.10\%.(M_S.c^2) \end{aligned} \right. \Rightarrow \Delta t_S = \frac{0,7\%.10\%.199.10^{30}.(3.10^8)^2}{3,9.10^{26}} \Rightarrow \Delta t_S = 3,21.10^{17} \text{ s} \Rightarrow \boxed{\Delta t_S = 1,02.10^{10} \text{ años}}$$

b) Comparando los tiempos de vida de la secuencia principal de Spica Δt_{SP} y Sol Δt_S , tenemos:

$$\frac{\Delta t_{SP}}{\Delta t_S} = \frac{E_{SP}}{L_{SP}} \cdot \frac{L_S}{E_S} \Rightarrow \frac{\Delta t_{SP}}{\Delta t_S} = \frac{L_S}{L_{SP}} \cdot \frac{k.M_{SP}.c^2}{k.M_S.c^2} \Rightarrow \Delta t_{SP} = \frac{11}{13000} \cdot 1,02.10^{10} \Rightarrow \boxed{\Delta t_{SP} = 8,63.10^6 \text{ años}}$$

c) Comparando las luminosidades de Spica L_{SP} con la luminosidad de Sol L_S , de la ecuación de Stefan-Boltzmann, tenemos:

$$\frac{L_{SP}}{L_S} = \frac{4\pi R_{SP}^2 \cdot \sigma \cdot T_{SP}^4}{4\pi R_S^2 \cdot \sigma \cdot T_S^4} \Rightarrow \frac{L_{SP}}{L_S} = \left(\frac{R_{SP}}{R_S}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_{SP}}{T_S}\right)^4 \Rightarrow 1300 = (7,6)^2 \cdot \left(\frac{T_{SP}}{5800}\right)^4 \Rightarrow T_{SP} = 21600 K$$

3) Considerando el paso del meridiano ($H=0$) de Alcyone en el lugar P , tenemos que la hora sideral local TSL es:

$$TSL = H + \alpha \Rightarrow TSL = \alpha \Rightarrow TSL = 03h47 \text{ min } 27s$$

Sabiendo que el punto P está a 45° Oeste de *Greenwich*, tenemos que la hora sidérea local en *Greenwich* es:

$$TSG = TSL + \lambda \Rightarrow TSG = 3h47 \text{ min } 27s + 3h \Rightarrow TSG = 6h47 \text{ min } 27s$$

4) De la ecuación del efecto Doppler no relativista ($z < 0.1$), tenemos:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{393,4} = \frac{1000}{3 \cdot 10^5} \Rightarrow \Delta\lambda = 1,31 nm$$

5) De la ecuación general de magnitudes, tenemos que la relación entre los caudales en la situación de mínima magnitud F_1 y máxima F_2 es:

$$m_1 - m_2 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \Rightarrow 8,6 - 11,7 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 17,38$$

Suponiendo que su magnitud bolométrica absoluta permanece constante, de la ecuación de Stefan-Boltzmann se obtiene:

$$L_1 = L_2 \Rightarrow 4\pi R_1^2 \cdot \sigma \cdot T_1^4 = 4\pi R_2^2 \cdot \sigma \cdot T_2^4 \Rightarrow \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

Considerando la estrella como un cuerpo negro ($\varepsilon = 1$), de la Ley de Boltzmann, tenemos:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\varepsilon \cdot \sigma \cdot T_1^4}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot T_2^4} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = 17,38 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2,04 \text{ y } \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = (2,04)^2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 4,17$$

6) Del efecto Doppler relativista, tenemos que la velocidad radial del objeto es:

$$z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \Rightarrow (z+1)^2 = \frac{c+v}{c-v} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \Rightarrow v = \frac{(0,13+1)^2 - 1}{(0,13+1)^2 + 1} \cdot c \Rightarrow v = 0,12 \cdot c$$

Aplicando el resultado en la Ley de Hubble, tenemos:

$$v = H_0 \cdot d \Rightarrow 0,12 \times 3 \times 10^5 = 67,8 \cdot d \Rightarrow d = 531 Mpc$$

Como $1 \text{ pc} = 3,26 \text{ al}$, resulta:

$$d = 531 \times 10^6 \times 3,26 = 1,73 \times 10^9 \text{ al} = 1,73 \times 10^9 \text{ años}$$

7) Analizando la figura, tenemos:

1. (OC), (I) 2. (OC), (E) 3. (EC), (I) 4. (EC), (E)
5. (TR), (I) 6. (TR), (E) 7. (SO), (I) 8. (SO), (E)

8) a) Recordando que la señal emitida es una onda electromagnética, y que en ese momento la distancia Tierra-Plutón era $d_{TP} = 31.9 \text{ au} = 4.77 \times 10^{12} \text{ m}$, tenemos:

$$\Delta t = \frac{d_{TP}}{c} = \frac{4.77 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \Delta t = 15907 \text{ s} = \boxed{4 \text{ h } 25 \text{ min}}$$

b) Si $1 \text{ kbit} = 2^{10} \text{ bits}$ y $1 \text{ Mbit} = 2^{20} \text{ bits}$, entonces cada imagen tiene $2.5 \text{ Mbit} = 2.5 \cdot 2^{20} \text{ bits} = 2.5 \cdot 2^{10} \text{ kbits}$. Sabiendo que la velocidad de transmisión es de 2 kbits/s , el tiempo de transmisión de la imagen será de $1.25 \cdot 2^{10} \text{ s} = 1.28 \cdot 10^3 \text{ s}$. En un mes hay $30 \cdot 24 \cdot 3600 = 2.59 \cdot 10^6 \text{ s}$. Por lo tanto, en un mes **se enviaron 2025 imágenes**.

c) Siendo F_P el flujo solar en Plutón, lejos del Sol $d_{SP} = 33 \text{ ua}$, y F_T el flujo solar en la Tierra, lejos del Sol $d_{TS} = 1 \text{ ua}$, de la definición de flujo, tenemos:

$$\frac{F_P}{F_T} = \frac{L_S}{4\pi d_{SP}^2} \cdot \frac{4\pi d_{TS}^2}{L_S} \Rightarrow \frac{F_P}{F_T} = \left(\frac{1}{33}\right)^2 \Rightarrow F_P = 9.2 \cdot 10^{-4} F_T$$

Por lo tanto, el flujo solar en Plutón fue aproximadamente **1000 veces** menor que en la Tierra.

Siendo m_P la magnitud aparente del Sol visto desde Plutón y m_T la magnitud aparente del Sol visto desde la Tierra, de la ecuación general de magnitudes tenemos:

$$m_P - m_T = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{F_P}{F_T}\right) \Rightarrow m_P - (-26.7) = -\frac{5}{2} \log(9.2 \cdot 10^{-4}) \Rightarrow \boxed{m_P = -19.1}$$

d) Tomando como referencia el centro de Plutón, la posición r del centro de masa del sistema es:

$$d_{CM} = \frac{d_{PC} \cdot M_C}{M_P + M_C} = \frac{19570 \cdot 2.54 \cdot 10^{-4}}{2.2 \cdot 10^{-3} + 2.54 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow d_{CM} = 2026 \text{ km}$$

Por tanto, desde la superficie de Plutón, tenemos que la distancia r al centro de masas será:

$$d_{CM} = R_P + r \Rightarrow 2026 = 1186 + r \Rightarrow \boxed{r = 840 \text{ km}}$$

De la 3ra Ley de Kepler, tenemos que el periodo P_C de Caronte es:

$$\frac{P_C^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_P + M_C)} \Rightarrow \frac{P_C^2}{(1.957 \cdot 10^7)^3} = \frac{4\pi^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot (2.2 \cdot 10^{-3} + 2.54 \cdot 10^{-4}) \cdot 5.97 \cdot 10^{24}} \Rightarrow \\ \Rightarrow P_C = 5.5 \cdot 10^5 \text{ s} = \boxed{6.37 \text{ dias}}$$

9) De la 3ª Ley de Kepler, despreciando la masa del satélite, tenemos que el periodo orbital P es:

$$\frac{P^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \Rightarrow \frac{P^2}{(6.371 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^5)^3} = \frac{4\pi^2}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}} \Rightarrow \boxed{P = 6043 \text{ s} = 1.68 \text{ h}}$$

Por lo tanto, el satélite **gira alrededor de la tierra unas 14,4 veces** cada 24 horas.

10) Considerando que el satélite debe girar alrededor de su eje con el mismo periodo que gira alrededor de la Tierra, tenemos, según la pregunta 9, para un periodo de 1,68 horas (≈ 100 minutos), una velocidad angular de 0,01 revoluciones por minuto, es decir, **0,01 rpm**.