

VI Olimpiada Latino-americana de Astronomía y Astronáutica

10 a 16 de octubre de 2014 – Montevideo – Uruguay



Prueba Teórica Individual - Soluciones

PROBLEMA 1

Alternativa E

Siendo n el número de cráteres y A el área en cada región, de la definición de flujo presentada en el enunciado, tenemos:

$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{n_A}{A_A \cdot \Delta t_A} = \frac{n_B}{A_B \cdot \Delta t_B} \Rightarrow \frac{3200}{9 \cdot 10^5 \cdot \Delta t_A} = \frac{2000}{1,2 \cdot 10^6 \cdot \Delta t_B} \Rightarrow \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = 2,13$$

PROBLEMA 2

Opción E

Considerando un asteroide de radio $R = 10 \text{ km}$, de la función presentada, tenemos:

$$N(R) = 2 \cdot 10^6 \cdot R^{-2,5} = 2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2,5} \Rightarrow N = 6325 \text{ asteroides}$$

PROBLEMA 3

1)

Opción C

Considerando que toda la energía de la luminosidad del Sol proviene de la transformación de masa en energía, tenemos:

$$L = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow L = \frac{m \cdot c^2}{\Delta t} \Rightarrow 3,8 \cdot 10^{26} = \frac{m \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{1 \text{ s}} \Rightarrow m = 4,2 \cdot 10^9 \text{ kg/s}$$

2)

Opción D

Siendo F la energía por segundo por metro cuadrado (flujo) que llega a la Tierra desde el Sol, tenemos:

$$F = \frac{L}{4\pi \cdot d^2} = \frac{3,8 \cdot 10^{26}}{4\pi \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2} \Rightarrow F = 1344 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

PROBLEMA 4

1) Opción D

Considerando que $1 \text{ pc} = 206\,265 \text{ au}$, tenemos:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{10}{25.206265} \Rightarrow \alpha = 1,94 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = \boxed{0,4''}$$

Nota: Para ángulos pequeños $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$. Por definición de parsec (pc), si dividimos una distancia en ua por otra en pc, encontramos el ángulo en segundos de arco. Luego:

$$\alpha = \frac{10 \text{ ua}}{25 \text{ pc}} \Rightarrow \alpha = 0,4''$$

2) Opción A

Para ángulos pequeños $\operatorname{sen} \theta \approx \theta$, por lo tanto:

$$\operatorname{sen} \theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow \theta = 1,22 \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{8,1} \Rightarrow \theta = 2,41 \cdot 10^{-7} \text{ rad} = \boxed{0,05''}$$

Sí, el anillo es observable, porque $\alpha > \theta$.

PROBLEMA 5

1) Opción E

La latitud del lugar será la altura del polo sur celeste, que se puede encontrar promediando los complementos de las distancias cenitales máxima y mínima, así:

$$|\phi| = \frac{(90^\circ - 81^\circ) + (90^\circ - 22^\circ 40')}{2} = \frac{76^\circ 20'}{2} \Rightarrow |\phi| = 38^\circ 10'$$

Como el observador está en el hemisferio sur, tenemos que la latitud es $\phi = -38^\circ 10'$.

2) Opción B

El módulo de declinación viene dado por:

$$|\delta| = |\phi| + z_{\min} = 38^\circ 10' + 22^\circ 40' \Rightarrow |\delta| = 60^\circ 50'$$

Como la estrella pertenece al hemisferio sur celeste, tenemos $\delta = -60^\circ 50'$.

3) Opción C

Al llegar a la altura máxima, α Centauri estará cruzando el meridiano superior local, por lo que su ángulo horario será igual a cero, por lo tanto:

$$TSL = H + \alpha \Rightarrow TSL = \alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = 14^{\text{h}} 40^{\text{min}}}$$

PROBLEMA 6

1) Opción E

Siendo a la distancia que el satélite, de masa despreciable, se encuentra del centro de la Tierra, por la 3ª Ley de Kepler, tenemos:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \Rightarrow \frac{(24.3600)^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}} \Rightarrow a = 42241 \text{ km} \Rightarrow \boxed{a \approx 42300 \text{ km}}$$

2) Opción A

Considerando que el satélite tiene una velocidad inicial v , en una órbita circular, el incremento Δv que se le debe dar al satélite del parque para que adquiera una velocidad igual a la velocidad de escape (v_{esc}) es:

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{l} v + \Delta v = v_{esc} \\ v_{esc} = \sqrt{2} \cdot v \end{array} \right. &\Rightarrow v + \Delta v = v\sqrt{2} \Rightarrow \Delta v = v(\sqrt{2} - 1) = \sqrt{\frac{GM_T}{a}}(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{4,2241 \cdot 10^7}}(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow \boxed{\Delta v = 1,27 \text{ km/s}} \end{aligned}$$

PROBLEMA 7

Opción B

Considerando que la luminosidad de Marte (L_M) es la misma en ambas situaciones, de la definición de flujo, tenemos:

$$\left| \begin{array}{l} F_{M_2} = \frac{L_M}{4\pi(r_M - r_T)^2} \\ F_{M_1} = \frac{L_M}{4\pi(r_M + r_T)^2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{F_{M_2}}{F_{M_1}} = \frac{(r_M + r_T)^2}{(r_M - r_T)^2} \Rightarrow \frac{F_{M_2}}{F_{M_1}} = \left(\frac{2,52}{0,52}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_{M_2}}{F_{M_1}} = 23,485 \Rightarrow \boxed{\frac{F_{M_2}}{F_{M_1}} \approx 23,5}$$

PROBLEMA 8

1) Opción A

De la ecuación de Pogson se obtiene:

$$m - M = 5 \log d - 5 = -1,5 - M = 5 \log 2,6 - 5 \Rightarrow \boxed{M = 1,42}$$

2) Opción B

Comparando las magnitudes absolutas del Sol y Sirio, tenemos:

$$\begin{aligned} M_{Sol} - M_{Sirius} &= -2,5 \cdot \log \left(\frac{F_{Sol}}{F_{Sirius}} \right) \Rightarrow 4,82 - 1,42 = -2,5 \cdot \log \left(\frac{L_{Sol}}{4\pi d^2} \cdot \frac{4\pi d^2}{L_{Sirius}} \right) \Rightarrow -1,36 = \log \left(\frac{L_{Sol}}{L_{Sirius}} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{\frac{L_{Sirius}}{L_{Sol}} = 22,9 \approx 23} \end{aligned}$$

3) Opción B

Comparando las luminosidades, obtenemos:

$$\frac{L_{\text{Sirius}}}{L_{\text{Sol}}} = \frac{4\pi R_{\text{Sirius}}^2 \sigma T_{\text{Sirius}}^4}{4\pi R_{\text{Sol}}^2 \sigma T_{\text{Sol}}^4} \Rightarrow 22,9 = \left(\frac{R_{\text{Sirius}}}{R_{\text{Sol}}} \right)^2 \cdot \left(\frac{10000}{5800} \right)^4 \Rightarrow \frac{R_{\text{Sirius}}}{R_{\text{Sol}}} = 1,6$$

PROBLEMA 9

Opción D

De las relaciones presentadas en el enunciado, tenemos que la densidad de la materia ρ_m es:

$$\left| \begin{array}{l} \Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_c} \\ \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \end{array} \right. \Rightarrow \rho_m = \frac{3H^2}{8\pi G} \cdot \Omega_m = \frac{3 \cdot (2,1 \cdot 10^{-18})^2 \cdot 0,3}{8\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} \Rightarrow \rho_m = 2,369 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$$

Como la materia bariónica corresponde al 16% de la densidad de la materia ρ_m , tenemos que el 84% están asociados a la materia, por lo que su densidad es:

$$\rho_{\text{oscura}} = 84\% \rho_m = 0,84 \cdot 2,369 \cdot 10^{-27} \Rightarrow \rho_{\text{oscura}} = 1,989 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3 \approx 2,0 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$$