

V Olimpiada Latinoamericana de Astronomía y Astronáutica

19 al 23 de octubre de 2013 – Cochabamba – Bolivia



Prueba Teórica Individual – Soluciones

1) De la 3ra Ley de Kepler y de la definición de densidad, surge:

$$\left| \begin{array}{l} M = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{P^2} \\ d = \frac{M}{V} \\ V = \frac{4}{3}\pi R^3 \end{array} \right. \Rightarrow d \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{P^2} \Rightarrow d = \frac{3\pi a^3}{G R^3 P^2} = \boxed{1021,6 \frac{\text{km}}{\text{m}^3}}$$

2) Siendo t la edad del universo, para $\lambda_{\text{máx}} = 700 \text{ nm}$, tenemos:

$$\left| \begin{array}{l} \lambda_{\text{máx}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \\ T = \frac{k}{\sqrt{t}} \\ k = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ K} \cdot \text{s}^{1/2} \end{array} \right. \Rightarrow 700 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1,5 \cdot 10^{10}}{\sqrt{t}} = 2,898 \cdot 10^{-3} \Rightarrow t = 1,31 \cdot 10^{13} \text{ s} = \boxed{4,16 \cdot 10^5 \text{ años}}$$

3) un) Como el paralaje de Vega es $0.129''$, tenemos:

$$d = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,129} \Rightarrow d = 7,75 \text{ pc} \Rightarrow \boxed{d = 25,27 \text{ al}}$$

b) Dado que Vega es una estrella con clase espectral A0 (Clasificación de Harvard) ella es **blanca**. Ya por la clasificación MK, tenemos que Vega se clasifica como V (cinco en romano) lo que indica su posición en **la secuencia principal** del diagrama HR.

c) De la ecuación de Pogson, tenemos:

$$m - M = 5 \log d - 5 \Rightarrow 0,03 - M = 5 \log 7,75 - 5 \Rightarrow \boxed{M = 0,58}$$

d) Comparando la magnitud absoluta de Vega con el Sol, de la ecuación general de magnitudes, tenemos:

$$M - M_{\text{Sol}} = -\frac{5}{2} \cdot \log \left(\frac{L}{L_{\text{Sol}}} \right) \Rightarrow 0,58 - 4,72 = -\frac{5}{2} \cdot \log \left(\frac{L}{L_{\text{Sol}}} \right) \Rightarrow \boxed{\frac{L}{L_{\text{Sol}}} = 45,29}$$

e) Comparando el radio de Vega con el radio del Sol, tenemos:

$$\frac{L}{L_{\text{Sol}}} = \frac{4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T^4}{4\pi R_{\text{Sol}}^2 \cdot \sigma \cdot T_{\text{Sol}}^4} \Rightarrow \frac{L}{L_{\text{Sol}}} = \left(\frac{R}{R_{\text{Sol}}} \right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_{\text{Sol}}} \right)^4 \Rightarrow 45,29 = \left(\frac{R}{R_{\text{Sol}}} \right)^2 \cdot \left(\frac{10000}{5778} \right)^4 \Rightarrow \boxed{\frac{R}{R_{\text{Sol}}} = 2,25}$$

f) Considerando $L \propto M^3$, tenemos:

$$\frac{L}{L_{\text{Sol}}} = \left(\frac{M}{M_{\text{Sol}}} \right)^3 \Rightarrow 45,29 = \left(\frac{M}{M_{\text{Sol}}} \right)^3 \Rightarrow \frac{M}{M_{\text{Sol}}} = 3,56 \Rightarrow M = 3,56 \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \Rightarrow M = 7,09 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

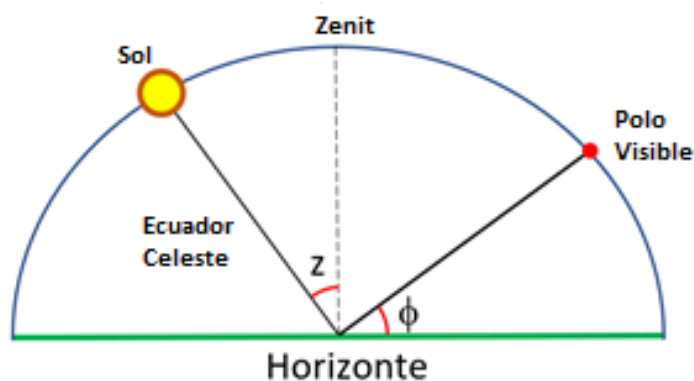
g) Considerando que la luminosidad del Sol es $L_{\text{Sol}} = 3,83 \times 10^{26} \text{ W}$, tenemos que la luminosidad de Vega es:

$$L = 45,29 \cdot L_{\text{Sol}} = 45,29 \cdot 3,83 \cdot 10^{26} \Rightarrow L = 1,735 \cdot 10^{28} \text{ W}$$

Por lo tanto, el flujo radiante a 1 au de distancia sería:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} = \frac{1,735 \cdot 10^{28}}{4\pi \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2} \Rightarrow F = 61\,394 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

4) a) Como el azimut del Sol es 180° mayor que el azimut del polo visible, podemos concluir que, en el sitio de observación inicial, el Sol está cruzando el meridiano local. Como la distancia cenital al Sol es igual a la altura del polo visible ($z = \phi$), podemos concluir que el Sol está sobre el ecuador celeste, es decir, en este momento, $\delta_{\text{Sol}} = 0^\circ$ (es un equinoccio). Esquemáticamente tenemos:



Para un observador ubicado a 90° Oeste (-6 horas) del sitio de observación inicial, el Sol saldrá por el punto cardinal este. Por tanto, las coordenadas horizontales del Sol serán: altura $h = 0^\circ$ y azimut $A = 90^\circ$.

b) Considerando que en el Polo Sur la altura del polo visible es de 90° , tenemos que la distancia cenital al Sol también será de 90° , por lo que la altura $h = 0^\circ$. En los polos, Norte y Sur, el azimut es **indefinido**.

5) Analizando los mares lunares que se muestran en la imagen (Serenidad, Tranquilidad, Fertilidad y Nectaris) concluimos que el borde (lado) occidental de la Luna está iluminado. Siguiendo la posición del terminador lunar (línea que separa el borde iluminado del borde no iluminado), tenemos que la Luna está cerca del **Cuarto Creciente**.

Como el cielo está oscuro y la Luna (en fase de Cuarto Creciente) está cerca del horizonte, se estima que son las **0h aproximadamente**. Por tanto, se está poniendo y el horizonte que se muestra es el **occidental**.

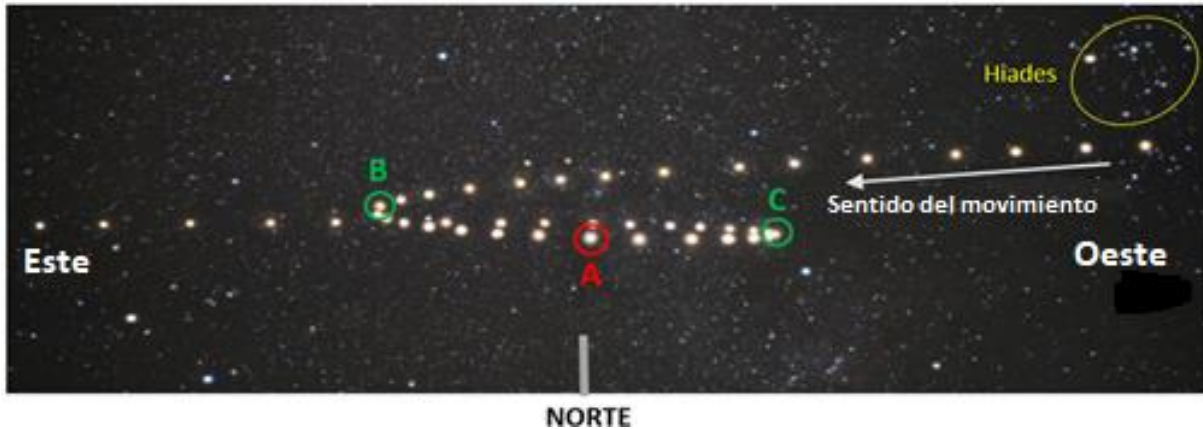
6) un) En la figura tenemos que el punto cardinal norte está abajo, el este a la izquierda y el oeste a la derecha (ver que es posible distinguir las Hyades en la constelación de Tauro cerca del borde superior derecho de la figura). Excepto

por el período de movimiento retrógrado, los planetas tienen un movimiento aparente a lo largo de la eclíptica de Oeste a Este, como se muestra en el esquema.

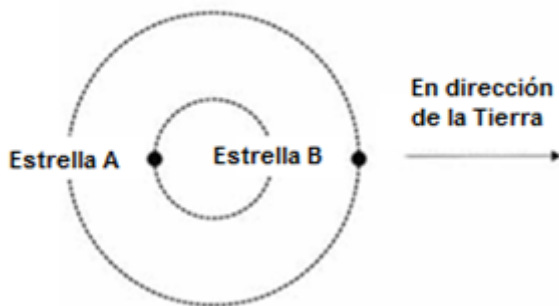
b) En la configuración de oposición de fase, la distancia entre el planeta y la Tierra es mínima, por lo que el brillo aparente de la estrella debe ser máximo como se indica en el punto **A**.

c) El planeta está estacionario en los puntos de inversión de movimiento, es decir, en los puntos **B** y **C**.

d) El cambio de brillo aparente se produce por la variación de la distancia entre el planeta y la Tierra.

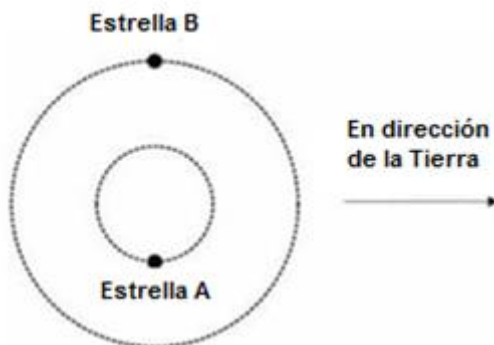


7) a)



En esta configuración, las estrellas tienen velocidades perpendiculares a la dirección de la Tierra. Por tanto, en este momento, no hay distancia ni aproximación a la Tierra para que detectemos el efecto Doppler.

b)



Estrella A:

$$\frac{\Delta\lambda_A}{\lambda_A} = \frac{v_A}{c} \Rightarrow \frac{(6,5 - 6,58) \cdot 10^{-7}}{6,58 \cdot 10^{-7}} = \frac{v_A}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow v_A = -3,647 \cdot 10^6 \text{ m/s (aproximación)}$$

Estrella B:

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \frac{v_B}{c} \Rightarrow \frac{(6,76 - 6,58) \cdot 10^{-7}}{6,58 \cdot 10^{-7}} = \frac{v_B}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow v_B = 8,206 \cdot 10^6 \text{ m/s (Alejamiento)}$$