

### III Olimpiada Latinoamericana de Astronomía y Astronáutica

23 al 30 de octubre de 2011 – Passa Quatro – Brasil



#### Prueba Teórica Individual - Soluciones

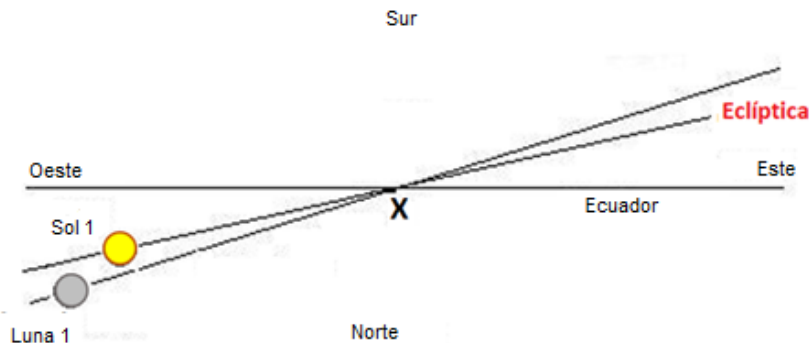
**Pregunta 1)** a) El Sol camina aproximadamente  $1^\circ$  por día (24h) sobre la eclíptica. Tomando la posición del *Sol 1* como referencia, su centro necesita cambiar dos diámetros (Este) para alcanzar ese valor.

b) Del centro del *Sol 1* al punto *X*, equinoccio, caben  $\sim 9$  diámetros Solares, o sea  $9 \times 0,5^\circ = 4,5^\circ$ , que corresponden a 4,5 días, ya que el Sol viaja  $\sim 1^\circ$  por día sobre la eclíptica.

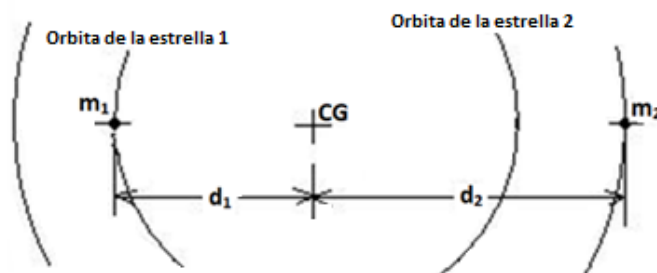
c) Primavera. El paso del Sol por el ecuador desde el hemisferio norte hacia el sur se define como el inicio de la primavera para el hemisferio sur. Tiene lugar alrededor del 22 de septiembre.

d) *Luna 2* tangente y este de *Luna 1*, ya que el movimiento de la Luna es directo como el del Sol y del orden de  $0,5^\circ$  por hora en el cielo. El nodo descendente de la órbita de la Luna es el punto *X*, ya que la Luna pasa por allí de norte a sur de la eclíptica.

e) 11 horas. La distancia desde el centro de *Luna 1* hasta *X* (nodo) es de  $\sim 11$  diámetros lunares. Como la Luna viaja  $\sim 0,5^\circ$  por hora a través del cielo, tardará 11h en llegar al punto *X*.



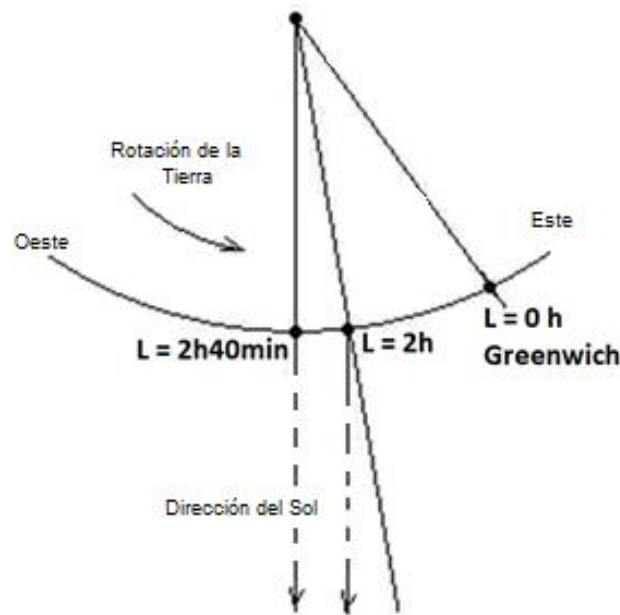
**Pregunta 2 )** Representando esquemáticamente el sistema binario, tenemos que la distancia  $d = d_1 + d_2$  entre las dos estrellas es:



$$m_1 \cdot d_1 = m_2 \cdot d_2 \Rightarrow 2m_2 \cdot 2 = m_2 \cdot d_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow d_2 = 4 \text{ ua}$$

$$d = d_1 + d_2 = 2 + 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow d = 6 \text{ ua}$$

**Pregunta 3)** a) Estando el Sol en el meridiano del lugar de 2h40min Oeste, como la longitud de 2h Oeste está al este de la anterior, se vería 40 min Oeste del meridiano de longitud 2h. Como la respuesta se pide en grados, cada grado correspondiente a 4 min se convierte, lo que da  $(40\text{min}/4\text{min}) \times 1^\circ = 10^\circ$ .



b) Como se representa en el diagrama al lado, tenemos que el Sol estará en el **Oeste**.

**Pregunta 4)** Luna Llena en Virgo (particularmente en un equinoccio) significa Sol en la posición opuesta en el cielo, en Piscis (en el otro equinoccio). Este otro equinoccio, cuando el Sol camina en el zodíaco del hemisferio sur al norte, caracteriza el comienzo del **otoño** para el hemisferio sur.

**Pregunta 5)** a) Considerando que las áreas colectoras son proporcionales al cuadrado del diámetro, tenemos:

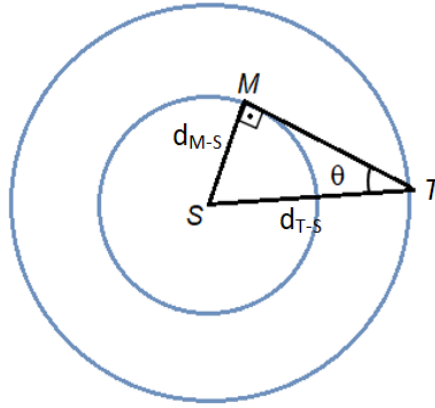
$$\frac{A_{\text{telescopio}}}{A_{\text{ojo}}} = \left( \frac{D_{\text{telescopio}}}{D_{\text{ojo}}} \right)^2 \Rightarrow \frac{A_{\text{telescopio}}}{A_{\text{ojo}}} = \left( \frac{6}{0,6} \right)^2 \Rightarrow \frac{A_{\text{telescopio}}}{A_{\text{ojo}}} = 100$$

b) Comparando la observación de la misma estrella (misma luminosidad) de la ecuación fundamental de magnitudes, tenemos que la magnitud límite del telescopio es:

$$m_{\text{telescopio}} - m_{\text{ojo}} = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{F_{\text{telescopio}}}{F_{\text{ojo}}} \right) \Rightarrow m_{\text{telescopio}} - m_{\text{ojo}} = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{L}{\pi R_{\text{telescopio}}^2} \cdot \frac{\pi R_{\text{ojo}}^2}{L} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{\text{telescopio}} - m_{\text{ojo}} = -5 \log \left( \frac{R_{\text{ojo}}}{R_{\text{telescopio}}} \right) \Rightarrow m_{\text{telescopio}} - 6 = -5 \log \left( \frac{0,3}{3} \right) \Rightarrow m_{\text{telescopio}} = 11$$

**Pregunta 6)** Considerando la situación de máxima elongación de Mercurio, esquemáticamente, tenemos:



$$\text{sen } \theta = \frac{d_{M-S}}{d_{T-S}} \Rightarrow \text{sen } 23^\circ = \frac{d_{M-S}}{d_{T-S}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{M-S} = 0,39 \cdot d_{T-S}$$

**Pregunta 7)** a) Sustituyendo la Tierra por Urano, manteniendo su distancia al Sol (1 au), de la 3ª Ley de Kepler tendríamos *que* el nuevo periodo orbital de Urano sería **de 1 año**.

b) Considerando que la fuerza gravitacional entre Urano y la Tierra es igual a la fuerza entre la Tierra y la Luna, tenemos:

$$F_{U-T} = F_{T-L} \Rightarrow \frac{GM_U M_T}{d_{U-T}^2} = \frac{GM_T M_L}{d_{T-L}^2} \Rightarrow d_{U-T} = d_{T-L} \sqrt{\frac{M_U}{M_L}} = 3,84 \cdot 10^5 \cdot \sqrt{\frac{14,597 \cdot 10^{24}}{7,36 \cdot 10^{22}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{U-T} = 1,29 \cdot 10^7 \text{ km}$$

Por la tercera ley de Kepler, tenemos:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot (M_U + M_T)} \Rightarrow \frac{P^2}{(1,29 \cdot 10^{10})^3} = \frac{4\pi^2}{(6,67 \cdot 10^{-11})(15)(5,97 \cdot 10^{24})} \Rightarrow P = 1,19 \cdot 10^8 \text{ s} = 1378 \text{ dias}$$

**Pregunta 8)**

a) i) La masa total,  $m_{total}$  está dada por:

$$m_{total} = m_{propelente} + m_{estructura} + m_{satélite}$$

Del enunciado y de la tabla tenemos:

$$m_{total} = 41602 + 8298 + 100 = 50000 \text{ kg}$$

La relación entre la masa del propulsor y la masa total está dada por:

$$\frac{m_{propelente}}{m_{total}} = \frac{41602}{50000} = 0,83 = \boxed{83\%}$$

ii) La relación entre la masa del satélite y la masa total es:

$$\frac{m_{satélite}}{m_{total}} = \frac{100}{50000} = 0,002 = \boxed{0,2\%}$$

b) Según el enunciado  $\Delta v_{real} = 0,8 \cdot \Delta v_{teórico}$ . Analizando la tabla, tenemos que  $\Delta v_{teórico} = 9\,565 \text{ m/s}$ , por lo tanto:

$$\Delta v_{real} = 0,8 \cdot 9565 = 7652 \text{ m/s} \cdot 3,6 \Rightarrow \boxed{\Delta v_{real} = 27547 \text{ km/h}}$$