

VIII Olimpíada Latino-americana de Astronomia e Astronáutica

03 a 08 de outubro de 2016 – Córdoba – Argentina

Prova Teórica Individual – Resoluções



1) a) Considerando que a velocidade média de caminhada do ser humano é 5 km/h, temos que o tempo necessário, caminhando, para percorrer a distância de Córdoba até Porto Alegre é:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{1400}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 280 \text{ h}$$

Se uma pessoa saudável consegue caminhar cerca de 10 h por dia, levará cerca de 28 dias para percorrer o trajeto. Como a prova da VIII OLAA ocorreu no início de outubro, haverá tempo suficiente para percorrer o trajeto antes do final do ano.

b) A distância, em km, até Próxima Centauri é aproximadamente:

$$p = \frac{1}{d} \Rightarrow 0,8 = \frac{1}{d} \Rightarrow d = 1,25 \text{ pc} = 1,25 \cdot 3,1 \cdot 10^{13} \text{ km} \Rightarrow d \approx 4 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

Considerando a distância entre Plutão e o exoplaneta Próxima B praticamente igual a distância Sol-Próxima Centauri, temos que o tempo de viagem da *New Horizons* seria cerca de:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 14 = \frac{4 \cdot 10^{13}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t \approx 3 \cdot 10^{12} \text{ s} \approx 100000 \text{ anos}$$

Se uma geração humana dura em média de 25 anos, após 4 000 gerações receberíamos as imagens da *New Horizons*.

c) Para uma sonda que alcance 20% da velocidade da luz, o tempo de viagem é de aproximadamente:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 20\% \cdot c = \frac{d}{\Delta t'} \Rightarrow 0,2 \cdot 3 \cdot 10^5 = \frac{4 \cdot 10^{13}}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' \approx 6,7 \cdot 10^8 \text{ s} \approx 22 \text{ anos}$$

Portanto, é possível chegar a ver as imagens tomadas pela sonda do exoplaneta Próxima B.

2) a) Sabendo que a paralaxe do aglomerado é de 0,057", temos:

$$p = \frac{1}{d} \Rightarrow 0,057 = \frac{1}{d} \Rightarrow d = 17,54 \text{ pc} = 5,438 \cdot 10^{19} \text{ cm}$$

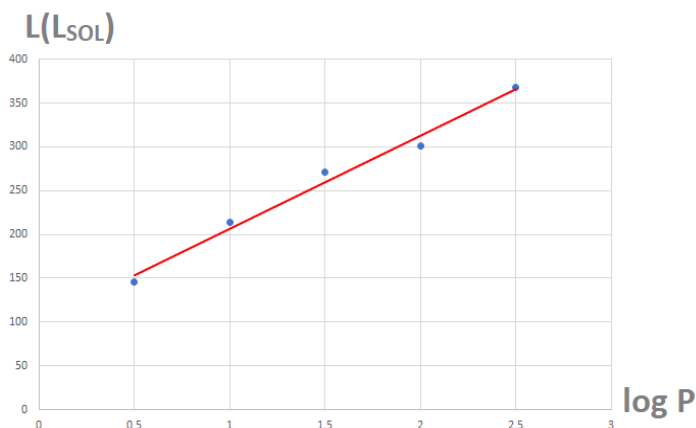
b) A luminosidade de cada uma das estrelas, em luminosidades solares, é:

$$\begin{aligned} L_1 &= F_1 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_1 = 5,571 \cdot 10^{35} \text{ erg.s}^{-1} = 145,46 L_S \\ L_2 &= F_2 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_2 = 8,171 \cdot 10^{35} \text{ erg.s}^{-1} = 213,35 L_S \\ L_3 &= F_3 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 2,8 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_3 = 10,399 \cdot 10^{35} \text{ erg.s}^{-1} = 271,53 L_S \\ L_4 &= F_4 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 3,1 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_4 = 11,514 \cdot 10^{35} \text{ erg.s}^{-1} = 300,63 L_S \\ L_5 &= F_5 \cdot 4\pi \cdot d^2 = 3,8 \cdot 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot (5,438 \cdot 10^{19})^2 \Rightarrow L_5 = 14,114 \cdot 10^{35} \text{ erg.s}^{-1} = 368,51 L_S \end{aligned}$$

Completando a tabela, temos:

Estrela	log P (dias)	Fluxo ($10^{-5} \text{ erg.s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$)	Luminosidade ($L_\odot$)
Variável 1	0,5	1,5	145,46
Variável 2	1	2,2	213,35
Variável 3	1,5	2,8	271,53
Variável 4	2	3,1	300,63
Variável 5	2,5	3,8	368,51

c) A partir dos dados da tabela, temos:



A equação linear que se ajusta a da função é:

$$L(L_{Sol}) = 106,7 \cdot \log P(dias) + 99,89$$

d) Da equação encontrada no item (c), temos que a luminosidade da estrela é:

$$L(L_{Sol}) = 106,7 \cdot \log P(dias) + 99,89 \Rightarrow L(L_{Sol}) = 106,7 \cdot \log(178) + 99,89 \Rightarrow L(L_{Sol}) = 340$$

Portanto:

$$F = \frac{L}{4\pi \cdot d^2} \Rightarrow 1,14 \cdot 10^{-15} = \frac{340 \cdot 3,83 \cdot 10^{33}}{4\pi d^2} \Rightarrow d = 9,537 \cdot 10^{24} \text{ cm} \Rightarrow d = 3,08 \cdot 10^6 \text{ pc}$$

e) Comparando a magnitude absoluta da estrela cefeida M com o Sol M_{Sol} , temos:

$$M - M_{Sol} = -\frac{5}{2} \cdot \log\left(\frac{L}{L_{Sol}}\right) \Rightarrow M - 4,83 = -\frac{5}{2} \cdot \log(340) \Rightarrow M = -1,49$$

Da equação de Pogson, temos que a magnitude aparente m da estrela é:

$$m - M = 5 \log d - 5 \Rightarrow m + 1,49 = 5 \log(3,076 \cdot 10^6) - 5 \Rightarrow m = 26$$

3) a) Analisando a tabela, temos que a variação da distância em 1 Mpc, produz uma variação de velocidade de 70 km/s, logo, neste caso, a constante de Hubble tem valor de:

$$H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$$

b) Tendo como referencial um extraterrestre na galáxia D e respeitando a geometria apresentada na figura, temos:

$$d_A^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow d_A = 3,16 \text{ Mpc}$$

$$v_A^2 = 210^2 + 70^2 \Rightarrow v_A = 221,36 \text{ km/s}$$

$$d_B^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 135^\circ \Rightarrow d_B = 2,80 \text{ Mpc}$$

$$v_B^2 = (140 \cdot \cos 45^\circ)^2 + (140 \cos 45^\circ + 70)^2 \Rightarrow v_B = 195,85 \text{ km/s}$$

$$d_C^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 135^\circ \Rightarrow d_C = 1,85 \text{ Mpc}$$

$$v_C^2 = (70 \cdot \cos 45^\circ)^2 + (70 \cos 45^\circ + 70)^2 \Rightarrow v_C = 129,34 \text{ km/s}$$

$$d_{VL} = 1 \text{ Mpc} \quad d_E = 1 \text{ Mpc}$$

$$v_{VL} = 70 \text{ km/s} \quad v_E = 140 - 70 = 70 \text{ km/s}$$

$$d_F^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow d_F = 3,16 \text{ Mpc}$$

$$v_F^2 = 210^2 + 70^2 \Rightarrow v_F = 221,36 \text{ km/s}$$

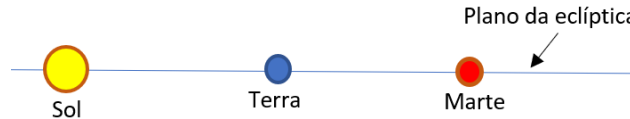
Galáxia	Distância (Mpc)	Velocidade (km/s)
A	3,16	221,36
B	2,80	195,85
C	1,85	129,34
Via Láctea	1	70
E	1	70
F	3,16	221,36

c) Dividindo as velocidades e as distâncias encontradas no item anterior, temos que o valor da constante da “Lei do ET” (H_{ET}), vale:

$$H_{ET} = 70 \text{ km.s}^{-1} . \text{Mpc}^{-1}$$

d) Não a diferença entre a Lei de Hubble e a “Lei do ET”. Percebe-se que o valor da constante de Hubble é válida em escala cosmológica e independe do referencial escolhido.

4) a) Considerando Marte em oposição a Terra, em relação ao Sol, temos:



b) A distância mínima e máxima, em metros, entre a Terra e Marte é:

$$d_{\min} = 1,52 - 1 = 0,52 \text{ ua} = 7,80 \cdot 10^{10} \text{ m} \quad d_{\max} = 1,52 + 1 = 2,52 \text{ ua} = 3,78 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

c) Sendo R_M o raio de Marte, o diâmetro angular mínimo e máximo, em segundos de arco, com que se vê Marte da Terra é:

$$\text{tg} \theta_{\min} = \frac{2R_M}{d_{\max}} = \frac{2,3,397 \cdot 10^6}{3,78 \cdot 10^{11}} \Rightarrow \theta_{\min} = 3,71'' \quad \text{tg} \theta_{\max} = \frac{2R_M}{d_{\min}} = \frac{2,3,397 \cdot 10^6}{7,80 \cdot 10^{10}} \Rightarrow \theta_{\max} = 17,97''$$

d) Considerando que o diâmetro de 1 peso argentino é de 2 cm, temos:

$$\text{tg} \theta_{\max} = \frac{d_p}{d} \Rightarrow \text{tg} 17,97'' = \frac{2}{d} \Rightarrow d = 2,3 \cdot 10^4 \text{ cm} = 230 \text{ m}$$

e) A culminação superior acontece quando Marte atinge a altura máxima para o observador. Portanto, em sua máxima aproximação, a hora local aproximada de culminação será às 0h, pois Marte estará em oposição em relação ao Sol. Já em seu máximo afastamento, a hora local aproximada de culminação será às 12h, pois Marte estará em conjunção com o Sol.

f) Para podermos enxergar a extensão do Valles Marineris, o fator limitante será a sua largura. O diâmetro angular (α) mínimo e máximo da largura do Valles Marineris visto da Terra é:

$$\text{tg} \alpha_{\min} = \frac{600 \text{ km}}{d_{\max}} = \frac{6 \cdot 10^5}{3,78 \cdot 10^{11}} \Rightarrow \alpha_{\min} = 0,327'' \quad \text{tg} \alpha_{\max} = \frac{600 \text{ km}}{d_{\min}} = \frac{6 \cdot 10^5}{7,80 \cdot 10^{10}} \Rightarrow \alpha_{\max} = 1,586''$$

Como para resolver um objeto, a resolução angular deve ser cerca de 1/3 do diâmetro angular do objeto, temos que o diâmetro mínimo e máximo do telescópio para distinguir toda a extensão do cânion, será:

$$\frac{\alpha_{\max}}{3} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D_{\min}} \Rightarrow \frac{1,586 \cdot 4,898 \cdot 10^{-6}}{3} = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9}}{D_{\min}} \Rightarrow D_{\min} = 0,259 \text{ m} = 26 \text{ cm}$$

$$\frac{\alpha_{\min}}{3} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D_{\max}} \Rightarrow \frac{0,327 \cdot 4,898 \cdot 10^{-6}}{3} = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9}}{D_{\max}} \Rightarrow D_{\max} = 1,257 \text{ m} = 126 \text{ cm}$$