

VII Olimpíada Latino-americana de Astronomia e Astronáutica

27 de setembro a 04 de outubro de 2015 – Rio de Janeiro



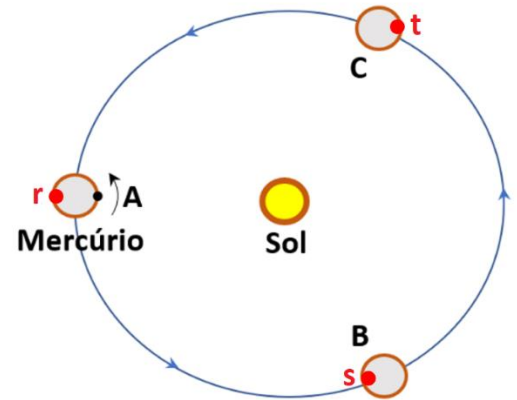
Prova Teórica Individual – Resoluções

1) Considerando que para cada 3 rotações, Mercúrio faz 2 translações, temos:

a) Tomando como referência o ponto preto indicado com a letra A na figura, após uma translação, Mercúrio terá rotacionado uma vez e meia. Logo, o ponto r deverá ser marcado do lado oposto à referência indicada em A.

b) Após um terço de translação, Mercúrio terá rotacionado meia vez, logo o ponto s deverá ser indicado do lado oposto à referência inicial.

c) Após dois terços de translação, Mercúrio terá rotacionado uma vez, logo o ponto t deverá ser marcado na mesma posição do referencial inicial.



2) a) Sendo L_s a luminosidade do Sol, cuja massa é M_s , temos que o tempo de vida Δt_s , na sequência principal é:

$$\left| \begin{aligned} L_s &= \frac{E_s}{\Delta t_s} \\ E_s &= 0,7\% \cdot 10\% \cdot (M_s \cdot c^2) \end{aligned} \right. \Rightarrow \Delta t_s = \frac{0,7\% \cdot 10\% \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{3,9 \cdot 10^{26}} \Rightarrow \Delta t_s = 3,21 \cdot 10^{17} \text{ s} \Rightarrow \Delta t_s = 1,02 \cdot 10^{10} \text{ anos}$$

b) Comparando o tempo de vida na sequência principal de Spica Δt_{sp} e do Sol Δt_s , temos:

$$\frac{\Delta t_{sp}}{\Delta t_s} = \frac{E_{sp}}{L_{sp}} \cdot \frac{L_s}{E_s} \Rightarrow \frac{\Delta t_{sp}}{\Delta t_s} = \frac{L_s}{L_{sp}} \cdot \frac{k \cdot M_{sp} \cdot c^2}{k \cdot M_s \cdot c^2} \Rightarrow \Delta t_{sp} = \frac{11}{13000} \cdot 1,02 \cdot 10^{10} \Rightarrow \Delta t_{sp} = 8,63 \cdot 10^6 \text{ anos}$$

c) Comparando as luminosidades de Spica L_{sp} com a luminosidade do Sol L_s , da equação de Stefan-Boltzmann, temos:

$$\frac{L_{sp}}{L_s} = \frac{4\pi R_{sp}^2 \cdot \sigma \cdot T_{sp}^4}{4\pi R_s^2 \cdot \sigma \cdot T_s^4} \Rightarrow \frac{L_{sp}}{L_s} = \left(\frac{R_{sp}}{R_s} \right)^2 \cdot \left(\frac{T_{sp}}{T_s} \right)^4 \Rightarrow 1300 = (7,6)^2 \cdot \left(\frac{T_{sp}}{5800} \right)^4 \Rightarrow T_{sp} = 21600 \text{ K}$$

3) Considerando a passagem meridiana ($H = 0$) de Alcione no local P , temos que o tempo sideral local TSL é:

$$TSL = H + \alpha \Rightarrow TSL = \alpha \Rightarrow TSL = 03h47 \text{ min } 27s$$

Sabendo que o ponto P está a 45° a Oeste de Greenwich, temos que a hora sideral local em Greenwich é:

$$TSG = TSL + \lambda \Rightarrow TSG = 3h47 \text{ min } 27s + 3h \Rightarrow TSG = 6h47 \text{ min } 27s$$

4) Da equação do efeito Doppler não relativístico ($z < 0,1$), temos:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{3934} = \frac{1000}{3 \cdot 10^5} \Rightarrow \Delta\lambda = 1,31 \text{ nm}$$

5) Da equação geral das magnitudes, temos que a relação entre os fluxos na situação de magnitude mínima F_1 e máxima F_2 é:

$$m_1 - m_2 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \Rightarrow 8,6 - 11,7 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 17,38$$

Considerando que a sua magnitude bolométrica absoluta permanece constante, da equação de Stefan-Boltzmann, vem:

$$L_1 = L_2 \Rightarrow 4\pi R_1^2 \cdot \sigma \cdot T_1^4 = 4\pi R_2^2 \cdot \sigma \cdot T_2^4 \Rightarrow \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

Considerando a estrela como um corpo negro ($\varepsilon = 1$), a partir da Lei de Boltzmann, temos:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\varepsilon \cdot \sigma \cdot T_1^4}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot T_2^4} \Rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = 17,38 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2,04 \quad \text{e} \quad \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = (2,04)^2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 4,17$$

6) Do efeito Doppler relativístico, temos que a velocidade radial do objeto é:

$$z = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \Rightarrow (z+1)^2 = \frac{c+v}{c-v} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \Rightarrow v = \frac{(0,13+1)^2 - 1}{(0,13+1)^2 + 1} \cdot c \Rightarrow v = 0,12 \cdot c$$

Aplicando o resultado na Lei de Hubble, temos:

$$v = H_0 \cdot d \Rightarrow 0,12 \cdot 3 \cdot 10^5 = 67,8 \cdot d \Rightarrow d = 531 \text{ Mpc}$$

Como $1 \text{ pc} = 3,26 \text{ al}$, vem:

$$d = 531 \cdot 10^6 \cdot 3,26 = 1,73 \cdot 10^9 \text{ al} = 1,73 \cdot 10^9 \text{ anos}$$

7) Analisando a figura, temos:

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1. (OC), (I) | 2. (OC), (E) | 3. (EC), (I) | 4. (EC), (E) |
| 5. (TR), (I) | 6. (TR), (E) | 7. (SO), (I) | 8. (SO), (E) |

8) a) Lembrando que o sinal emitido é uma onda eletromagnética, e que na ocasião a distância Terra-Plutão era de $d_{TP} = 31,9 \text{ ua} = 4,77 \cdot 10^{12} \text{ m}$, temos:

$$\Delta t = \frac{d_{TP}}{c} = \frac{4,77 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \Delta t = 15907 \text{ s} = 4 \text{ h } 25 \text{ min}$$

b) Se $1 \text{ kbit} = 2^{10} \text{ bit}$ e $1 \text{ Mbit} = 2^{20} \text{ bit}$, então cada imagem tem $2,5 \text{ Mbit} = 2,5 \cdot 2^{20} \text{ bit} = 2,5 \cdot 2^{10} \text{ kbit}$. Sabendo que a velocidade de transmissão é de 2 kbits/s , o tempo para a imagem ser transmitida será de $1,25 \cdot 2^{10} \text{ s} = 1,28 \cdot 10^3 \text{ s}$. Em um mês há $30 \cdot 24 \cdot 3600 = 2,59 \cdot 10^6 \text{ s}$. Portanto, em um mês foram enviadas **2 025 imagens**.

c) Sendo F_P o fluxo solar em Plutão, distante do Sol $d_{SP} = 33 \text{ ua}$, e F_T o fluxo solar na Terra, distante do Sol $d_{TS} = 1 \text{ ua}$, da definição de fluxo, temos: