

VI Olimpíada Latino-americana de Astronomia e Astronáutica

10 a 16 de outubro de 2014 – Montevideu – Uruguai



Prova Teórica Individual – Resoluções

PROBLEMA I

Alternativa E

Sendo n o número de crateras e A a área em cada região, da definição de fluxo apresentada no enunciado, temos:

$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{n_A}{A_A \cdot \Delta t_A} = \frac{n_B}{A_B \cdot \Delta t_B} \Rightarrow \frac{3200}{9 \cdot 10^5 \cdot \Delta t_A} = \frac{2000}{1,2 \cdot 10^6 \cdot \Delta t_B} \Rightarrow \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = 2,13$$

PROBLEMA II

Alternativa E

Considerando um asteroide de raio $R = 10 \text{ km}$, da função apresentada, temos:

$$N(R) = 2 \cdot 10^6 \cdot R^{-2,5} = 2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2,5} \Rightarrow N = 6325 \text{ asteroides}$$

PROBLEMA III

1) Alternativa C

Considerando que toda energia da luminosidade do Sol provém da transformação de massa em energia, temos:

$$L = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow L = \frac{m \cdot c^2}{\Delta t} \Rightarrow 3,8 \cdot 10^{26} = \frac{m \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{1 \text{ s}} \Rightarrow m = 4,2 \cdot 10^9 \text{ kg/s}$$

2) Alternativa D

Sendo F a energia por segundo por metro quadrado (fluxo) que chega na Terra vinda do Sol, temos:

$$F = \frac{L}{4\pi \cdot d^2} = \frac{3,8 \cdot 10^{26}}{4\pi \cdot (1,5 \cdot 10^{11})^2} \Rightarrow F = 1344 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

PROBLEMA IV

1) Alternativa D

Considerando que $1 \text{ pc} = 206\,265 \text{ ua}$, temos:

$$\tan \alpha = \frac{10}{25 \cdot 206265} \Rightarrow \alpha = 1,94 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 0,4''$$

Observação: Para ângulos pequenos $\tan \alpha \approx \alpha$. Pela definição de parsec (pc), se dividirmos uma distância em ua por outra em pc, encontraremos o ângulo em segundo de arco. Logo:

$$\alpha = \frac{10 \text{ ua}}{25 \text{ pc}} \Rightarrow \alpha = 0,4''$$

2) Alternativa A

Para ângulos pequenos $\sin \theta \approx \theta$, portanto:

$$\sin\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow \theta = 1,22 \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{8,1} \Rightarrow \theta = 2,41 \cdot 10^{-7} \text{ rad} = \boxed{0,05''}$$

Sim, o anel é observável, pois $\alpha > \theta$.

PROBLEMA V

1) Alternativa E

A latitude do lugar será a altura do polo Sul celeste, que pode ser encontrada pela média dos complementos das distâncias zenitais máxima e mínima, logo:

$$|\phi| = \frac{(90^\circ - 81^\circ) + (90^\circ - 22^\circ 40')}{2} = \frac{76^\circ 20'}{2} \Rightarrow |\phi| = 38^\circ 10'$$

Como o observador encontra-se no hemisfério Sul, temos que a latitude é $\phi = -38^\circ 10'$.

2) Alternativa B

O módulo da declinação é dado por:

$$|\delta| = |\phi| + z_{\min} = 38^\circ 10' + 22^\circ 40' \Rightarrow |\delta| = 60^\circ 50'$$

Como a estrela pertence ao hemisfério celeste Sul, temos $\delta = -60^\circ 50'$.

3) Alternativa C

Ao atingir a altura máxima, α Centauri estará cruzando o meridiano superior local, logo seu ângulo horário será igual a zero, portanto:

$$TSL = H + \alpha \Rightarrow TSL = \alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = 14h40 \text{ min}}$$

PROBLEMA VI

1) Alternativa E

Sendo a a distância que o satélite, de massa desprezível, encontra-se do centro da Terra, da 3ª Lei de Kepler, temos:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \Rightarrow \frac{(24.3600)^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}} \Rightarrow a = 42241 \text{ km} \Rightarrow \boxed{a \approx 42300 \text{ km}}$$

2) Alternativa A

Considerando que o satélite está com velocidade inicial v , em uma órbita circular, temos que o incremento Δv que deverá ser fornecido ao satélite para que adquira velocidade igual a velocidade de escape (v_{esc}) é:

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{l} v + \Delta v = v_{\text{esc}} \\ v_{\text{esc}} = \sqrt{2} \cdot v \end{array} \right. &\Rightarrow v + \Delta v = v\sqrt{2} \Rightarrow \Delta v = v(\sqrt{2} - 1) = \sqrt{\frac{GM_T}{a}} \cdot (\sqrt{2} - 1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{4,2241 \cdot 10^7}} \cdot (\sqrt{2} - 1) \Rightarrow \boxed{\Delta v = 1,27 \text{ km/s}} \end{aligned}$$

PROBLEMA VII

Alternativa B

Considerando que a luminosidade de Marte (L_M) é mesma nas duas situações, da definição de fluxo, temos:

$$\left| \begin{array}{l} F_{M_2} = \frac{L_M}{4\pi \cdot (r_M - r_T)^2} \\ F_{M_1} = \frac{L_M}{4\pi \cdot (r_M + r_T)^2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{F_{M_2}}{F_{M_1}} = \frac{(r_M + r_T)^2}{(r_M - r_T)^2} \Rightarrow \frac{F_{M_2}}{F_{M_1}} = \left(\frac{2,52}{0,52} \right)^2 \Rightarrow \frac{F_{M_2}}{F_{M_1}} = 23,485 \Rightarrow \boxed{\frac{F_{M_2}}{F_{M_1}} \approx 23,5}$$

PROBLEMA VIII

1) Alternativa A

Da equação de Pogson, vem:

$$m - M = 5 \cdot \log d - 5 \Rightarrow -1,5 - M = 5 \log 2,6 - 5 \Rightarrow M = 1,42 \Rightarrow \boxed{M \approx 1,4}$$

2) Alternativa B

Comparando as magnitudes absolutas do Sol e de Sirius, temos:

$$M_{Sol} - M_{Sirius} = -2,5 \cdot \log \left(\frac{F_{Sol}}{F_{Sirius}} \right) \Rightarrow 4,82 - 1,42 = -2,5 \cdot \log \left(\frac{L_{Sol}}{4\pi d^2} \cdot \frac{4\pi d^2}{L_{Sirius}} \right) \Rightarrow -1,36 = \log \left(\frac{L_{Sol}}{L_{Sirius}} \right) \Rightarrow \boxed{\frac{L_{Sirius}}{L_{Sol}} = 22,9 \approx 23}$$

3) Alternativa B

Comparando as luminosidades, vem:

$$\frac{L_{Sirius}}{L_{Sol}} = \frac{4\pi R_{Sirius}^2 \sigma T_{Sirius}^4}{4\pi R_{Sol}^2 \sigma T_{Sol}^4} \Rightarrow 22,9 = \left(\frac{R_{Sirius}}{R_{Sol}} \right)^2 \cdot \left(\frac{10000}{5800} \right)^4 \Rightarrow \boxed{\frac{R_{Sirius}}{R_{Sol}} = 1,6}$$

PROBLEMA IX

Alternativa D

A partir das relações apresentadas no enunciado, temos que a densidade de matéria ρ_m é:

$$\left| \begin{array}{l} \Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_c} \\ \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \end{array} \right. \Rightarrow \rho_m = \frac{3H^2}{8\pi G} \cdot \Omega_m = \frac{3 \cdot (2,1 \cdot 10^{-18})^2 \cdot 0,3}{8\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} \Rightarrow \rho_m = 2,369 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$$

Como a matéria bariônica corresponde a 16% da densidade de matéria ρ_m , temos que 84% estão associados a matéria, logo sua densidade é:

$$\rho_{escura} = 84\% \rho_m = 0,84 \cdot 2,369 \cdot 10^{-27} \Rightarrow \rho_{escura} = 1,989 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3 \approx \boxed{2,0 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3}$$