

Prueba Teórica Grupal - Soluciones

1) a) Con los datos del enunciado se obtiene la magnitud absoluta de la galaxia utilizando la calibración de Feast y Catchpole (1997).

$$84,7 = 10^{-\frac{M_V + 1,43}{2,80}} \Rightarrow -M_V = 2,8 \cdot \log(84,7) - 1,43 \therefore M_V = -3,97$$

Por la ecuación de Pogson, tenemos:

$$m_V - M_V = 5 \cdot \log d_{pc} - 5 \Rightarrow 20,2 - (-3,97) = 5 \cdot \log d_{pc} - 5 \Rightarrow d_{pc} = 10^{5,83} \therefore d_{pc} \approx 6,82 \cdot 10^5 \text{ pc}$$

b) Por la Ley de Eliminación de Hubble y utilizando los datos del enunciado:

$$v = H_0 \cdot d_{kpc} \Rightarrow v = 71 \cdot (0,682) \therefore v = 48,4 \text{ km/s}$$

c) Combinando la Ley de Wien con el desplazamiento Doppler, concluimos que:

$$\left| \frac{\lambda \cdot T = b}{\frac{\lambda_{obs} - \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}} \Rightarrow \frac{\lambda_{obs}}{\lambda} - 1 = \frac{v}{c} \Rightarrow \frac{b}{T_{obs}} \cdot \frac{T}{b} - 1 = \frac{v}{c} \therefore \frac{T}{T_{obs}} = 1 + v/c \right.$$

d) Aplicando los valores del enunciado y los obtenidos en los temas anteriores, tenemos que:

$$\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{48,4}{3 \cdot 10^5} \Rightarrow T = 2,73 \cdot (1,00016) \therefore T \approx 2,73 \text{ K}$$

3) a) La figura 5 presenta un diagrama de las velocidades a aplicar para realizar la transferencia orbital, considerando que la altura h es menor que h_{pl} , que es la altura de la órbita “planetaestacionaria” con relación al suelo. En este caso, los vectores que representan las velocidades ΔV_1 están ΔV_2 fuera de escala.

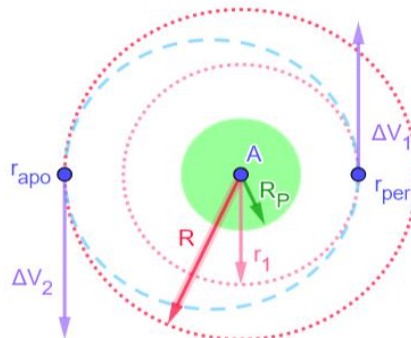


Figura 5

b) A partir de los valores G de h , M , R_p y P :

i. Por la 3ª Ley de Kepler, obtenemos el valor de R .

$$\frac{P^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \therefore R = \sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}$$

ii. Para ΔV_1 y ΔV_2 , debemos calcular los parámetros de la órbita de transferencia elíptica. De la figura 5, tenemos que el semieje mayor de la órbita será $a = (R + R_p + h)/2$. Además, la órbita inferior debe ser el punto del periastro, mientras que la órbita superior debe ser el apoastro de la elipse.

Las velocidades orbitales que debe tener la nave en órbitas circulares serán:

$$v_{r_1} = \sqrt{\frac{GM}{R_p + h}} \text{ e } v_R = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{GM \cdot \left(\frac{4\pi^2}{GMP^2}\right)^{\frac{1}{3}}} \therefore v_R = \sqrt{\left(\frac{2\pi GM}{P}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

Para la velocidad en la órbita elíptica, usamos la expresión de la velocidad en función del radio vector.

$$\begin{aligned} v(r) = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} &\Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{GM \left[\frac{2}{(R_p + h)} - \frac{2}{(R + R_p + h)} \right]} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{GM \left[\frac{2}{R} - \frac{2}{(R + R_p + h)} \right]} \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{GM \left[\frac{2}{(R_p + h)} - \frac{2}{(R + R_p + h)} \right]} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{GM \left[\frac{2}{R} - \frac{2}{(R + R_p + h)} \right]} \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{2GM \left[\frac{R + R_p + h - (R_p + h)}{(R_p + h)(R + R_p + h)} \right]} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{2GM \left[\frac{R + R_p + h - R}{R(R + R_p + h)} \right]} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{2GM \left[\frac{R}{(R_p + h)(R + R_p + h)} \right]} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{2GM \left[\frac{R_p + h}{R(R + R_p + h)} \right]} \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{GM}{(R_p + h) \left[\frac{R}{(R + R_p + h)} \right]}} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{GM}{R \left[\frac{R_p + h}{(R + R_p + h)} \right]}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{2} \cdot v_{r_1} \cdot \sqrt{\frac{R}{(R + R_p + h)}} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{2} \cdot v_R \cdot \sqrt{\frac{R_p + h}{(R + R_p + h)}} \end{cases} \end{aligned}$$

De esta forma, para obtener los impulsos tangentes, tenemos que:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \Delta V_1 = v(r_{peri}) - v_{r_1} \\ \Delta V_2 = v_R - v(r_{apo}) \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \Delta V_1 = v_{r_1} \left[\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{(R + R_p + h)}} - 1 \right] \\ \Delta V_2 = v_R \left[1 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R_p + h}{(R + R_p + h)}} \right] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_p + h}} \left[\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{(R + R_p + h)}} - 1 \right] \\ \Delta V_2 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \left[1 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R_p + h}{(R + R_p + h)}} \right] \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_P + h}} \left[\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(1 + \frac{R_P + h}{R}\right)}} - 1 \right] \\ \Delta V_2 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \left[1 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{R}{R_P + h} + 1\right)}} \right] \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} \Delta V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_P + h}} \cdot \sqrt{2} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_P + h}{\sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}}}\right)}} - 1 \right] \\ \Delta V_2 = \sqrt{\left(\frac{2\pi GM}{P}\right)^{\frac{2}{3}}} \cdot \left[1 - \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}}{R_P + h} + 1\right)}} \right] \end{cases}$$

iii. Nuevamente, usando la 3ra Ley de Kepler, tendremos que el tiempo de transferencia Δt será $\Delta t = T_{orb}/2$, entonces:

$$\frac{T_{orb}^2}{a^3} = \frac{P^2}{R^3} \Rightarrow \frac{T_{orb}^2}{\left(\frac{R + R_P + h}{2}\right)^3} = \frac{P^2}{R^3} \Rightarrow T_{orb} = P \cdot \left[\frac{1}{R} \cdot \frac{R + R_P + h}{2} \right]^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2} P \cdot \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_P + h}{R} \right) \right]^{\frac{3}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2} P \cdot \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{R_P + h}{\left(\frac{GMP^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}} \right] \right\}^{\frac{3}{2}} \quad \therefore \Delta t = \frac{\sqrt{2}}{8} \left[1 + \left(\frac{2\pi}{P}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{R_P + h}{\sqrt[3]{GM}} \right]^{\frac{3}{2}}$$

IV. Para la excentricidad e tenemos

$$e = \frac{c}{a} = (R_P + h) \cdot \left(\frac{2}{R + R_P + h} \right) = \frac{2}{\left[\frac{R}{R_P + h} + 1 \right]} \quad \therefore e = \frac{2}{\left[\frac{\sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}}{R_P + h} + 1 \right]}$$

3) Analizando la tabla, tenemos que la declinación del Sol el 15 de octubre es $\delta_{\odot} = -8^{\circ} 37' 23''$. Por el triángulo esférico de posición (Polo Sur Celeste – Sol – Cenit, figura 6), en la situación en que el Sol está saliendo (es decir, con distancia cenital de 90°), tenemos que el valor de θ es:

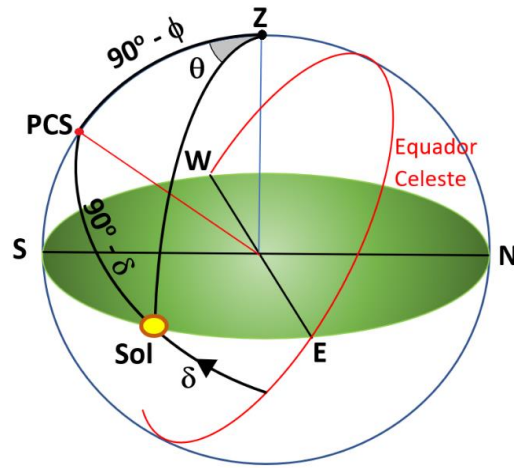


Figura 6

$$\cos(90^\circ - |\delta|) = \cos(90^\circ - |\phi|) \cdot \cos(90^\circ) + \sin(90^\circ - |\phi|) \cdot \sin(90^\circ) \cdot \cos|\theta| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin|\delta| = \cos(27^\circ 24') \cdot \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = 0,1688$$

$$\therefore \theta = 80^\circ 16' 38,5''$$

Como el ángulo formado por el Sol y el Punto Cardinal Sur es igual a θ , de la situación representada en el enunciado, tenemos que la longitud L del pilar es, aproximadamente,

$$\tan\theta = \frac{L}{100} \Rightarrow L = 100 \tan(80^\circ 16' 38,5'') \quad \therefore L \approx 585 \text{ m}$$

4) La Figura 7 muestra todos los requisitos solicitados en el diagrama HR. A continuación, se describen algunos de los términos y fases:

Pista de Hayashi: Etapa previa a la secuencia principal. Comienzo de la quema de hidrógeno.

Actualmente: hidrógeno ardiendo en el núcleo. Ubicación del Sol en la Secuencia Principal.

Gigante rojo: final de la quema de hidrógeno del núcleo. Reestructuración en estrella por equilibrio hidrostático. El hidrógeno comienza a arder alrededor de la estrella.

Helium Flash: momento en que el helio comienza a arder en el núcleo.

Rama Asintótica de los Gigantes (fase AGB): etapa en la que, al mismo tiempo, varias capas dentro de la estrella compiten entre sí para producir energía (en general, compiten capas de hidrógeno y helio).

Nebulosa planetaria: expulsión de las capas exteriores de la estrella.

Enana Blanca: Etapa final del Sol.

