

Prueba Teórica Grupal - Soluciones

PROBLEMA 1

1) De la ecuación del Efecto Doppler, tenemos que la velocidad de rotación observada (v) de la nube es:

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \Rightarrow \frac{v}{3 \cdot 10^5} = \frac{1,54 \cdot 10^{-4}}{21 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow v = 220 \text{ km/s}$$

2) Considerando la nube en una órbita circular, y que toda la masa visible se concentra en el núcleo galáctico, tenemos que la velocidad teórica de rotación (v_T) es:

$$v_T = \sqrt{\frac{GM_{\text{galáxia}}}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{3 \cdot 10^4 \cdot 3,086 \cdot 10^{16}}} \Rightarrow v_T = 1,20 \cdot 10^5 \text{ m/s} \Rightarrow v_T = 120 \text{ km/s}$$

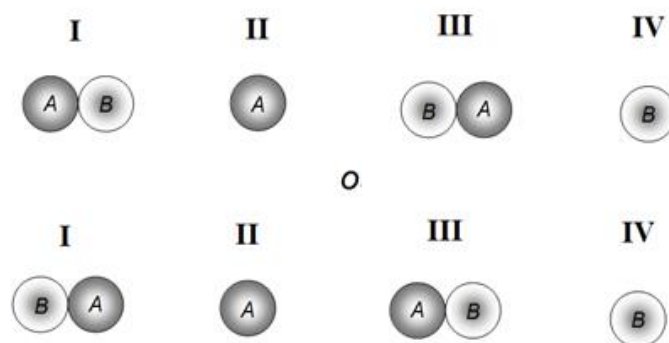
3) Comparando los resultados de los ítems (1) y (2), tenemos que la velocidad de rotación teórica es menor que la velocidad observada ($v_T < v$). Esta diferencia puede justificarse porque consideramos solo la masa visible de la galaxia al calcular la velocidad de rotación teórica. Para obtener el resultado predicho en (1), debemos tener una masa M de:

$$v_T = v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow 220 \cdot 10^3 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} M}{3 \cdot 10^4 \cdot 3,086 \cdot 10^{16}}} \Rightarrow M = 6,748 \cdot 10^{41} \text{ kg} \Rightarrow M = 3,36 \cdot 10^{11} M_{\text{Sol}} \Rightarrow M = 3,36 M_{\text{galáxia}}$$

Por tanto, 3,36 veces mayor que la masa visible. Este exceso puede explicarse por la presencia de un halo de materia oscura.

PROBLEMA 2

1) A continuación se muestran dos esquemas posibles. Siendo A la estrella más tenue y B la estrella más brillante, para cada punto tenemos:



2) Como la profundidad de cada mínimo está definida por la diferencia entre la magnitud aparente de la estrella y la magnitud aparente total del binario, para el mínimo primario tenemos:

$$\Delta mag_1 = m_A - m_{\text{tot}} = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{F_A}{F_{\text{tot}}} \right) \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L_A}{4\pi \cdot d^2} \cdot \frac{4\pi \cdot d^2}{L_{\text{tot}}} \right) \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L_A}{L_{\text{tot}}} \right)$$

Análogamente, para el mínimo secundario, tenemos:

$$\Delta mag_2 = m_B - m_{tot} = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{F_B}{F_{tot}} \right) \Rightarrow \Delta mag_2 = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L_B}{4\pi \cdot d^2} \cdot \frac{4\pi \cdot d^2}{L_{tot}} \right) \Rightarrow \Delta mag_2 = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L_B}{L_{tot}} \right)$$

3) Para el mínimo primario, tenemos:

$$\left| \begin{array}{l} \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L_A}{L_{tot}} \right) \\ L_{tot} = L_A + L_B \\ L = 4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \end{array} \right. \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L_A}{L_A + L_B} \right) \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left(1 + \frac{4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_A^4}{4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_B^4} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left(1 + \left(\frac{5000}{12000} \right)^4 \right) \Rightarrow \Delta mag_1 = 3,8$$

Análogamente, para el mínimo secundario, tenemos:

$$\Delta mag_2 = -\frac{5}{2} \log \left(\frac{L_B}{L_A + L_B} \right) = -\frac{5}{2} \log \left(1 + \frac{4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_B^4}{4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_A^4} \right) \Rightarrow \Delta mag_2 = -\frac{5}{2} \log \left(1 + \left(\frac{12000}{5000} \right)^4 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta mag_2 = 0,03$$

PROBLEMA 3

1) Distribuyendo toda la masa de la Luna sobre la superficie de la Tierra, tenemos que el nuevo radio R será:

$$V = V_{Tierra} + V_{Luna} \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_{Tierra}^3 + \frac{4}{3} \pi R_{Luna}^3 \Rightarrow R^3 = R_{Tierra}^3 + R_{Luna}^3 = (6370)^3 + (1740)^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 6413 km$$

Por lo tanto, el aumento de radio ΔR sería:

$$\Delta R = R - R_{Tierra} = 6413 - 6370 \Rightarrow \Delta R = 43 km$$

2) Comparando las aceleraciones debidas a la gravedad en la nueva situación (g') con la actual (g), obtenemos:

$$\left| \begin{array}{l} g' = \frac{G \cdot (M_{Tierra} + M_{Luna})}{R^2} \\ g = \frac{G \cdot M_{Tierra}}{R_{Tierra}^2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{M_{Tierra} + M_{Luna}}{M_{Tierra}} \cdot \left(\frac{R_{Tierra}}{R} \right)^2 = \frac{1,012 \cdot M_{Tierra}}{M_{Tierra}} \cdot \left(\frac{6370}{6413} \right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{g} = 0,9985$$

Por lo tanto, prácticamente no habrá cambio en el valor de la aceleración de la gravedad de la Tierra.

PROBLEMA 4

1) Considerando que el asteroide también orbita alrededor del Sol, de la 3ra Ley de Kepler, tenemos:

$$P^2 = a^3 \Rightarrow \left(\frac{11,87}{3} \right)^2 = a^3 \Rightarrow a = 2,5 ua$$

2) Considerando que la órbita del asteroide tiene excentricidad e , y el Sol está a una distancia c del centro de la elipse, tenemos que la menor distancia q entre el asteroide y el Sol está dada por:

$$\begin{cases} q = a - c \\ e = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow q = a \cdot (1 - e) = 2,5 \cdot (1 - 0,3) \Rightarrow q = 1,75 \text{ ua}$$

Por lo tanto, la distancia más corta d entre el asteroide y la Tierra es:

$$d = q - 1 \text{ ua} = 1,75 - 1 \Rightarrow d = 0,75 \text{ ua}$$

PROBLEMA 5

1) Considerando que la galaxia tiene *corrimiento al rojo* $z = 0.05$, de la Ley de Hubble, tenemos:

$$\begin{cases} v = H_0 \cdot r \\ z = \frac{v}{c} \end{cases} \Rightarrow H_0 \cdot r = z \cdot c \Rightarrow 65 \cdot r = 0,05 \cdot 3 \cdot 10^5 \Rightarrow r = 230,77 \text{ Mpc}$$

2) Asumiendo que la velocidad se mantuvo constante, de la definición de la velocidad promedio, tenemos:

$$\begin{cases} v = \frac{r}{\Delta t} \\ v = H_0 \cdot r \end{cases} \Rightarrow H_0 \cdot r = \frac{r}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{65 \text{ km.s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}} \Rightarrow \Delta t = \frac{10^6 \cdot 3,086 \cdot 10^{13} \text{ km}}{65 \text{ km.s}^{-1}} \Rightarrow \Delta t = 4,747 \cdot 10^{17} \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 1,50 \cdot 10^{10} \text{ años}$$

PROBLEMA 6

1) Considerando que la órbita es circular, tenemos:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,1 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{5,1 \cdot 5 \cdot 10^{11}}} \Rightarrow v = 14 \text{ km / s}$$

2) La resolución angular (θ) de Géminis Sur es:

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} = 1,22 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{8,1} \Rightarrow \theta = 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ rad} = 0,05''$$

Para detectar el movimiento del exoplaneta, su desplazamiento debe ser igual a la resolución angular del telescopio.

Asumiendo que el exoplaneta está a $r = 25 \text{ pc}$, esta resolución es equivalente a una distancia d de:

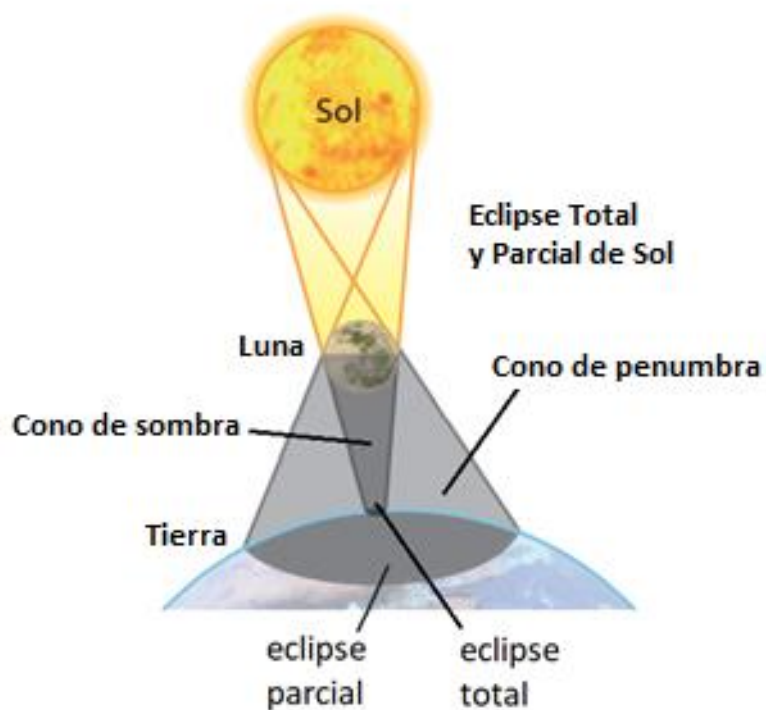
$$\text{tg } \theta = \frac{d}{r} \Rightarrow \text{tg } 0,05'' = \frac{d}{25} \Rightarrow d = 6,06 \cdot 10^{-6} \text{ pc} = 1,87 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Suponiendo que la velocidad del exoplaneta es constante, tenemos:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 13,99 \cdot 10^3 = \frac{1,87 \cdot 10^{11}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1,34 \cdot 10^7 \text{ s} \Rightarrow \Delta t \approx 5 \text{ meses}$$

PROBLEMA 7

1) Diagrama del eclipse total de Sol:



2) Diagrama del eclipse anular de Sol:

