

Prueba Teórica Grupal - Soluciones

PROBLEMA 1

PREGUNTA 1:

- 1.1. El viajero está en el ecuador con el Sol en su cenit. Por lo tanto, el Sol está en el ecuador celeste en algún equinoccio. Para mantener el Sol siempre en el cenit, prescindiendo del movimiento de declinación del Sol, que en esta hora es máximo, basta que el viajero compense el movimiento diurno del Sol **desplazándose de Este a Oeste**, a una velocidad de:

$$v = \frac{2\pi R_{Terra}}{P_{Terra}} = \frac{2\pi \cdot 6,4 \cdot 10^6}{24 \cdot 3,6 \cdot 10^3} = 465,4 \text{ m/s}$$

- 1.2. En la tabla de constantes, la velocidad del sonido es de 340 m/s. Así, dividiendo el resultado obtenido anteriormente por este valor, tenemos:

$$\frac{v}{v_{som}} = \frac{465,4}{340} = 1,37 \text{ veces}$$

- 1.3. El viajero tendría que moverse a una velocidad de 1,37 veces la velocidad del sonido, es decir Mach 1,37 (Mach 1,37). **El vehículo apropiado para esa velocidad es un avión supersónico.**
- 1.4. En la Luna, lo que determina la posición del Sol en relación a su superficie es el MES SINÓDICO LUNAR, ya que su rotación es sincrónica con su período de traslación alrededor de la Tierra.

De la Tabla de Constantes, vemos que $P_{sinódico} = 29,5 \text{ días}$. Así:

$$v = \frac{2\pi R_{Lua}}{P_{Tsinódico}} = \frac{2\pi \cdot 1,74 \cdot 10^6}{29,5 \cdot 24 \cdot 3,6 \cdot 10^3} = 4,29 \text{ m/s}$$

PREGUNTA 2:

Este problema se ve facilitado por el hecho de que la Tabla de constantes contiene un valor de 200 km para el diámetro de la sombra de la Luna en la superficie de la Tierra.

En relación con el Sol, la Luna se mueve de Oeste a Este aproximadamente $\frac{360^\circ}{29,5 \text{ días}} = 12,2^\circ/\text{día} = 2,465 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$. Esto implica que la sombra proyectada por la Luna sobre la superficie terrestre se desplaza, también de Oeste a Este, con una velocidad de:

$$v_s = (3,84 \times 10^8)(2,465 \times 10^{-6}) = 946,6 \text{ m/s}$$

Por otro lado, a medida que la Tierra rota de Oeste a Este, vemos que un punto en el Ecuador se mueve a una velocidad de alrededor de $v = 465,4 \text{ m/s}$. Es decir, la velocidad efectiva con la que la sombra de la Luna atravesaría el ecuador durante un hipotético eclipse sería aproximadamente:

$$v_{sombra} = 946,6 - 465,4 = 481,1 \text{ m/s}$$

Como ambas velocidades van en la misma dirección, de Oeste a Este, la progresión de la sombra de la Luna sobre la superficie de la Tierra también será de Oeste a Este.

La distancia de la Tierra a la Luna no figuraba en la Tabla de constantes. De esta forma, tendríamos que emplear un razonamiento simplificado, considerando únicamente la rotación de la Tierra.

Finalmente, el tiempo máximo de un eclipse estaría dado por el tiempo en que el diámetro del círculo de sombra avanzó sobre el observador situado en el ecuador terrestre.

Afortunadamente, la Tabla de Constantes da un valor para el diámetro del círculo de sombra proyectado por la Luna como $D = 200$ km.

Así, la sombra del eclipse Solar viajaría un punto sobre el Ecuador en el tiempo de:

$$t_{\text{máx}} = \frac{200\,000}{481,1} = 415,7 \text{ s} \Rightarrow t_{\text{máx}} = 6,9 \text{ min}$$

Utilizando el razonamiento simplificado que sugiere el enunciado, este tiempo máximo sería:

$$t_{\text{máx}} = \frac{200\,000}{465,4} = 429,7 \text{ s} \Rightarrow t_{\text{máx}} = 7,2 \text{ min}$$

PROBLEMA 2

2.1. La pregunta solo pide un análisis cualitativo del problema descrito por la figura, que representa la sección ecuatorial del planeta.

La velocidad de escape de un cuerpo sometido a la atracción gravitacional de otra masa M y cuerpo distante r Es:

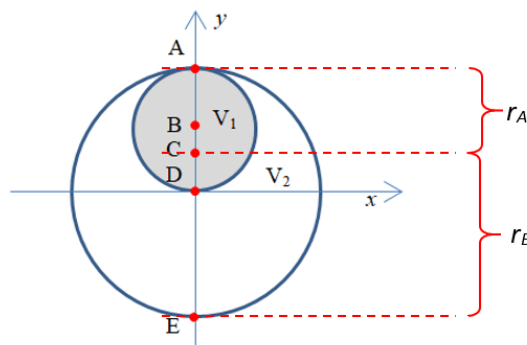
$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Es decir, cuanto mayor sea la distancia al centro de masa, menor será la velocidad de escape.

Sea M_1 la masa de la esfera de densidad $\rho_1 = 2\rho$ y radio $R_1 = R/2$ M_2 la masa de la esfera de densidad $\rho_2 = \rho$ y radio $R_2 = R$, descontando la cavidad de radio R_1 . Así:

$$\begin{cases} M_1 = \rho_1 V_1 = 2\rho \frac{4\pi}{3} \left(\frac{R}{2}\right)^3 = \rho \frac{\pi R^3}{3} \\ M_2 = \rho_2 (V_2 - V_1) = \rho \frac{4\pi}{3} \left[R^3 - \left(\frac{R}{2}\right)^3 \right] = \rho \frac{7\pi R^3}{6} \end{cases}$$

Como $M_1 > M_2$ el centro de masa del planeta (C) está en algún lugar entre el centro geométrico del planeta (D) y el centro geométrico de la cavidad (B) (ver figura).



Por lo tanto, como $r_A < r_E$, la velocidad de escape será menor en **el punto de la superficie opuesto al centro geométrico de la cavidad**, es decir, en el punto E del diagrama.

2.2. En este caso, basta con sumar las masas $M = M_1 + M_2$, ya que el centro de masa del planeta coincidirá con su centro geométrico, y luego aplicar la fórmula de la velocidad de escape. Así:

$$M = \rho \frac{\pi R^3}{3} + \rho \frac{7\pi R^3}{6} = \rho \frac{3\pi R^3}{2}$$

$$v_{esc} = R\sqrt{3\rho G}$$

PROBLEMA 3

PREGUNTA 1:

Deja que F_{el} Sol brille (flujo) sin la mancha Solar y deja que F el Sol brille con la mancha Solar. Los caudales serán proporcionales a las áreas por lo que:

$$\frac{F}{F_o} = \frac{A}{A_o}$$

Pero:

$$\begin{cases} A_o = \pi R^2 \\ A = \pi R^2 - \pi \frac{R^2}{16} = \frac{15}{16} \pi R^2 \end{cases}$$

Entonces:

$$\frac{F}{F_o} = \frac{\frac{15}{16} \pi R^2}{\pi R^2} = \frac{15}{16}$$

De la relación entre flujo y magnitud, tenemos:

$$\frac{F}{F_o} = 10^{\frac{2}{5}(m_o - m)} = \frac{15}{16} \Rightarrow \frac{2}{5}(m_o - m) = \log\left(\frac{15}{16}\right) \Rightarrow \Delta m = (m_o - m) = \frac{5}{2} \log\left(\frac{15}{16}\right)$$

$$\Delta m = -0,07$$

Donde el signo menos Solo indica que $m > m_o$.

PREGUNTA 2:

2.1. Dado que las velocidades implícitas son mucho más pequeñas que la velocidad de la luz en el vacío, es decir $v \ll c$, podemos usar la fórmula del efecto Doppler no relativista:

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda - \lambda_o}{\lambda_o} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_o}$$

Donde λ_o representa la longitud de onda en reposo de la línea observada, v la velocidad de la fuente y c la velocidad de la luz en el vacío. Por convención, cuando la fuente se aleja $v > 0 \Rightarrow \lambda > \lambda_o$ y la longitud de onda indica un corrimiento al rojo.

- Cálculo de la velocidad de rotación en el ecuador Solar:

En el ecuador del Sol $\Delta \lambda = 0,045 \text{ \AA}$ y, de la Tabla de Constantes, $\lambda_{H\alpha} = 6563 \text{ \AA}$. Por lo tanto:

$$v_{eq} = \frac{0,045 \cdot 3 \cdot 10^5}{6563} \Rightarrow v_{eq} = 2,06 \text{ km/s}$$

- Cálculo de la velocidad de rotación del Sol a lo largo del paralelo de 60° :

En el paralelo 60° , $\Delta\lambda = 0,019 \text{ }^\circ$. entonces:

$$v_{60} = \frac{0,019 \cdot 3 \cdot 10^5}{6563} \Rightarrow v_{60} = 0,87 \text{ km/s}$$

2.2. Usando:

$$v = \frac{2\pi R}{P} \Rightarrow P = \frac{2\pi R}{v}$$

¿Dónde R está el Radio del paralelo de latitud correspondiente del Sol y P dicho periodo, tenemos:

- Cálculo del período de rotación en el ecuador Solar:

De los datos de la Tabla de constantes, $R_{Sol} = 7 \times 10^5 \text{ km}$, entonces:

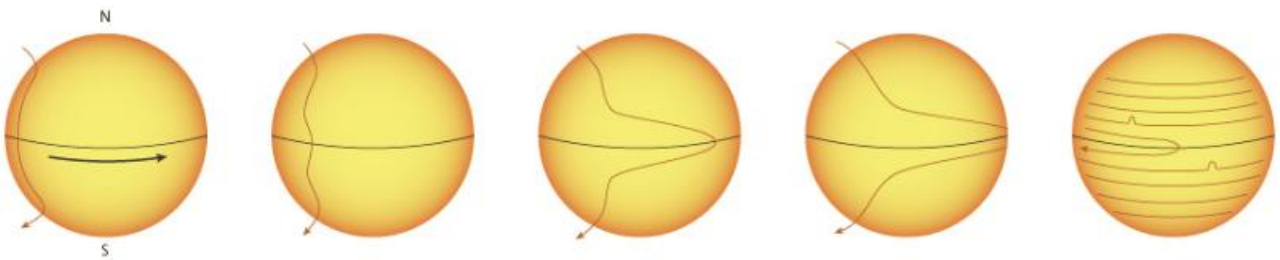
$$P_{eq} = \frac{2\pi R_{Sol}}{v_{eq}} = \frac{2\pi \cdot 7 \cdot 10^5}{2,06} = 2,13 \times 10^6 \text{ s} \Rightarrow P_{eq} = 24,7 \text{ días}$$

- Cálculo del período de rotación del Sol a lo largo del paralelo 60° :

El radio del paralelo de 60° es $R_{60} = R_{Sol} \cos 60^\circ$, entonces:

$$P_{60} = \frac{2\pi R_{Sol} \cdot \cos 60^\circ}{v_{eq}} = \frac{\pi \cdot 7 \cdot 10^5}{0,87} = 2,53 \times 10^6 \text{ s} \Rightarrow P_{60} = 29,3 \text{ días}$$

2.3. Se puede deducir que el Sol no gira como un cuerpo rígido, ya que es un cuerpo gaseoso, y que su velocidad de rotación disminuye al aumentar la latitud. Los periodos y velocidades del Sol cambian de acuerdo a las latitudes. Las observaciones y seguimiento realizado al Sol, han permitido identificar que la rotación del Sol varía con la latitud. Esto sucede porque el Sol no es un cuerpo sólido sino un plasma, que no rota a la misma velocidad angular en todas sus áreas. Este efecto recibe el nombre de "rotación diferencial".



Crédito imagen: cesar/esa/int