

g) Como a estrela cruza o meridiano local numa posição abaixo do polo celeste visível, ela se encontra em **culminação inferior**.

h) O telescópio citado no enunciado é um telescópio Kepleriano, ou seja, a imagem observada na ocular será invertida em relação à observação a olho nu. Entretanto, o movimento da estrela dentro do campo de visão do telescópio será no sentido horário, conforme indicado com a seta amarela na figura 4.

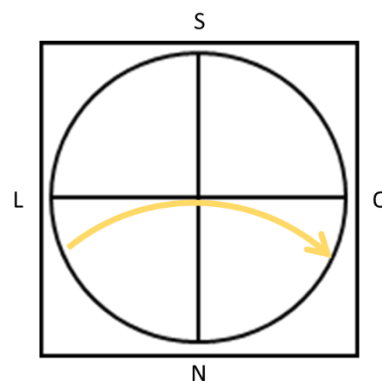


Figura 4

5) a) A partir da 3ª Lei de Kepler, temos que:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_P} \Rightarrow M_P = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{R^3}{T^2} = \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot (2,00 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (100,60)^2}$$

$$\therefore M_P = 1,31 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

b) Considerando a órbita circular, teremos que a velocidade da nave pode ser descrita relacionando a força de atração gravitacional como a força que mantém a nave em órbita (força centrípeta). Desta forma, temos:

$$\frac{GM_P m}{R^2} = \frac{mv_{orb}^2}{R} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{GM_P}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,31 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^6}} \quad \therefore v_{orb} \approx 2,09 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 2,09 \text{ km/s}$$

c) Para a órbita de escape, basta que a nave adquira velocidade suficiente para que a sua energia mecânica seja zero, isto é, teremos que:

$$E_{TOT} = \frac{mv_{esc}^2}{2} - \frac{GM_P m}{R} \Rightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_P}{R}} = \sqrt{2} \cdot v_{orb}$$

Portanto, a variação da energia cinética necessária que a nave deve adquirir será:

$$\Delta E_{cin} = \frac{mv_{esc}^2}{2} - \frac{mv_{orb}^2}{2} = \frac{m}{2} (2v_{orb}^2 - v_{orb}^2) \Rightarrow \Delta E_{cin} = \frac{9 \cdot 10^3}{2} \cdot (2,09 \cdot 10^3)^2 \quad \therefore \Delta E_{cin} \approx 1,97 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Prova Teórica em Grupo – Resoluções

1) a) Com os dados do enunciado, obtém-se a magnitude absoluta da galáxia usando a calibragem de Feast e Catchpole (1997).

$$84,7 = 10^{-\frac{M_V + 1,43}{2,80}} \Rightarrow -M_V = 2,8 \cdot \log(84,7) - 1,43 \quad \therefore M_V = -3,97$$

Pela Equação de Pogson, temos que:

$$m_V - M_V = 5 \cdot \log d_{pc} - 5 \Rightarrow 20,2 - (-3,97) = 5 \cdot \log d_{pc} - 5 \Rightarrow d_{pc} = 10^{5,83} \quad \therefore d_{pc} \approx 6,82 \cdot 10^5 \text{ pc}$$

b) Pela Lei de Afastamento de Hubble e usando os dados do enunciado:

$$v = H_0 \cdot d_{kpc} \Rightarrow v = 71 \cdot (0,682) \quad \therefore v = 48,4 \text{ km/s}$$

c) Combinando a Lei de Wien com o afastamento Doppler, concluímos que:

$$\left| \frac{\lambda \cdot T = b}{\frac{\lambda_{obs} - \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}} \Rightarrow \frac{\lambda_{obs}}{\lambda} - 1 = \frac{v}{c} \Rightarrow \frac{b}{T_{obs}} \cdot \frac{T}{b} - 1 = \frac{v}{c} \therefore \frac{T}{T_{obs}} = 1 + v/c \right.$$

d) Aplicando os valores do enunciado e aqueles obtidos nos tópicos anteriores, temos que:

$$\frac{T}{T_0} = 1 + \frac{48,4}{3 \cdot 10^5} \Rightarrow T = 2,73 \cdot (1,00016) \therefore T \approx 2,73 \text{ K}$$

3) a) A figura 5 apresenta um diagrama das velocidades a serem aplicadas para efetuar a transferência orbital, considerando que a altura h é menor do que h_{pl} , que é a altura da órbita “planetoestacionária” em relação ao solo. No caso, os vetores que representam as velocidades ΔV_1 e ΔV_2 estão fora de escala.

b) Tendo como base os valores de G, M, R_p, P e h :

i. Pela 3ª Lei de Kepler, obtemos o valor de R .

$$\frac{P^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \therefore R = \sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}$$

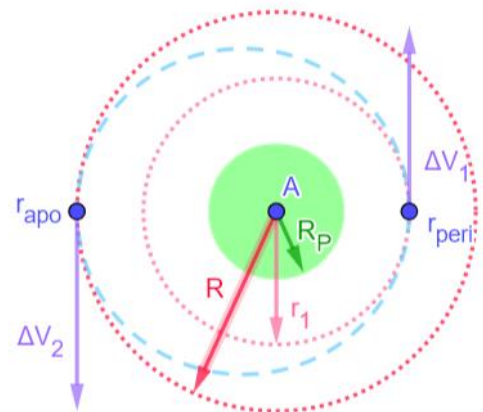


Figura 5

ii. Para ΔV_1 e ΔV_2 , devemos calcular os parâmetros da órbita elíptica de transferência. Pela figura 5, temos que o semieixo maior da órbita será $a = (R + R_p + h)/2$. Além disso, a órbita inferior deve ser o ponto de periastro, enquanto a órbita superior deve ser o apoastro da elipse.

As velocidades orbitais que a nave deve ter nas órbitas circulares será de:

$$v_{r1} = \sqrt{\frac{GM}{R_p + h}} \text{ e } v_R = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{GM \cdot \left(\frac{4\pi^2}{GMP^2}\right)^{\frac{1}{3}}} \therefore v_R = \sqrt{\left(\frac{2\pi GM}{P}\right)^{\frac{2}{3}}}$$

Para a velocidade na órbita elíptica, utilizamos a expressão da velocidade em função do raio-vetor.

$$v(r) = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{GM \left[\frac{2}{(R_p + h)} - \frac{2}{(R + R_p + h)} \right]} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{GM \left[\frac{2}{R} - \frac{2}{(R + R_p + h)} \right]} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{GM \left[\frac{2}{(R_p + h)} - \frac{2}{(R + R_p + h)} \right]} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{GM \left[\frac{2}{R} - \frac{2}{(R + R_p + h)} \right]} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{2GM \left[\frac{R + R_P + h - (R_P + h)}{(R_P + h)(R + R_P + h)} \right]} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{2GM \left[\frac{R + R_P + h - R}{R(R + R_P + h)} \right]} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{2GM \left[\frac{R}{(R_P + h)(R + R_P + h)} \right]} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{2GM \left[\frac{R_P + h}{R(R + R_P + h)} \right]} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{GM}{(R_P + h)} \left[\frac{R}{(R + R_P + h)} \right]} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{GM}{R} \left[\frac{R_P + h}{(R + R_P + h)} \right]} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(r_{peri}) = \sqrt{2} \cdot v_{r_1} \cdot \sqrt{\frac{R}{(R + R_P + h)}} \\ v(r_{apo}) = \sqrt{2} \cdot v_R \cdot \sqrt{\frac{R_P + h}{(R + R_P + h)}} \end{cases}$$

Desta forma, para obter os impulsos tangentes, temos que:

$$\begin{cases} \Delta V_1 = v(r_{peri}) - v_{r_1} \\ \Delta V_2 = v_R - v(r_{apo}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V_1 = v_{r_1} \left[\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{(R + R_P + h)}} - 1 \right] \\ \Delta V_2 = v_R \left[1 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R_P + h}{(R + R_P + h)}} \right] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_P + h}} \left[\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{(R + R_P + h)}} - 1 \right] \\ \Delta V_2 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \left[1 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{R_P + h}{(R + R_P + h)}} \right] \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_P + h}} \left[\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(1 + \frac{R_P + h}{R}\right)}} - 1 \right] \\ \Delta V_2 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \left[1 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{R}{R_P + h} + 1\right)}} \right] \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} \Delta V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_P + h}} \cdot \left[\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(1 + \frac{R_P + h}{\sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}}}\right)}} - 1 \right] \\ \Delta V_2 = \sqrt{\left(\frac{2\pi GM}{P}\right)^{\frac{2}{3}}} \cdot \left[1 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\left(\sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}} \cdot \frac{R_P + h}{R} + 1\right)}} \right] \end{cases}$$

iii. Novamente, utilizando a 3ª Lei de Kepler, teremos que o tempo de transferência Δt será $\Delta t = T_{orb}/2$, então:

$$\frac{T_{orb}^2}{a^3} = \frac{P^2}{R^3} \Rightarrow \frac{T_{orb}^2}{\left(\frac{R + R_P + h}{2}\right)^3} = \frac{P^2}{R^3} \Rightarrow T_{orb} = P \cdot \left[\frac{1}{R} \cdot \frac{R + R_P + h}{2} \right]^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2} P \cdot \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{R_P + h}{R}\right) \right]^{\frac{3}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2} P \cdot \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{R_P + h}{\left(\frac{GMP^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}} \right] \right\}^{\frac{3}{2}} \therefore \Delta t = \frac{\sqrt{2}}{8} \left[1 + \left(\frac{2\pi}{P}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{R_P + h}{\sqrt[3]{GM}} \right]^{\frac{3}{2}}$$

iv. Para a excentricidade e , temos que

$$e = \frac{c}{a} = (R_P + h) \cdot \left(\frac{2}{R + R_P + h} \right) = \frac{2}{\left[\frac{R}{R_P + h} + 1 \right]} \quad \therefore e = \frac{2}{\left[\frac{\sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}}{R_P + h} + 1 \right]}$$

3) Analisando a tabela, temos que a declinação do Sol no dia 15 de outubro é $\delta_{\odot} = -8^{\circ} 37' 23''$. Através do triângulo esférico de posição (Polo Celeste Sul – Sol – Zênite, figura 6), na situação em que o Sol está nascendo (isto é, com distância zenital de 90°), temos que o valor de θ é:

$$\cos(90^{\circ} - |\delta|) = \cos(90^{\circ} - |\phi|) \cdot \cos(90^{\circ}) + \sin(90^{\circ} - |\phi|) \cdot \sin(90^{\circ}) \cdot \cos|\theta| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin|\delta| = \cos(27^{\circ} 24') \cdot \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = 0,1688$$

$$\therefore \theta = 80^{\circ} 16' 38,5''$$

Como o ângulo formado pelo Sol e o Ponto Cardeal Sul é igual a θ , da situação representada no enunciado, temos que o comprimento L do pier é, aproximadamente,

$$\tan\theta = \frac{L}{100} \Rightarrow L = 100 \tan(80^{\circ} 16' 38,5'') \quad \therefore L \approx 585 \text{ m}$$

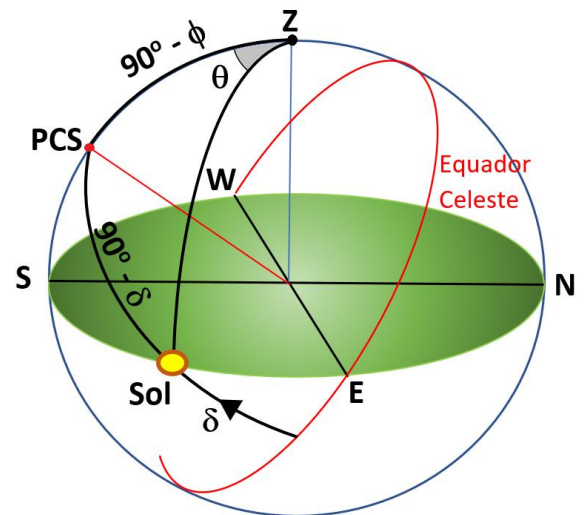


Figura 6

4) A figura 7 apresenta todos os requisitos solicitados no diagrama HR. Alguns dos termos e fases são descritos a seguir:

Track de Hayashi: estágio de Pré-Sequência Principal. Início da queima do hidrogênio.

Atualmente: queima do hidrogênio no núcleo. Localização do Sol na Sequência Principal.

Gigante Vermelha: fim da queima de hidrogênio do núcleo. Reestruturação da estrela por conta do Equilíbrio hidrostático. O hidrogênio começa a queimar ao redor da estrela.

Helium Flash: momento em que o hélio começa a queimar no núcleo.

Ramo Assintótico das Gigantes (fase AGB): estágio em que, ao mesmo tempo, várias camadas no interior da estrela competem entre si para produzir energia (em geral, camadas de hidrogênio e hélio se competem).

Nebulosa Planetária: ejeção das camadas externas da estrela.

Anã Branca: estágio final do Sol.

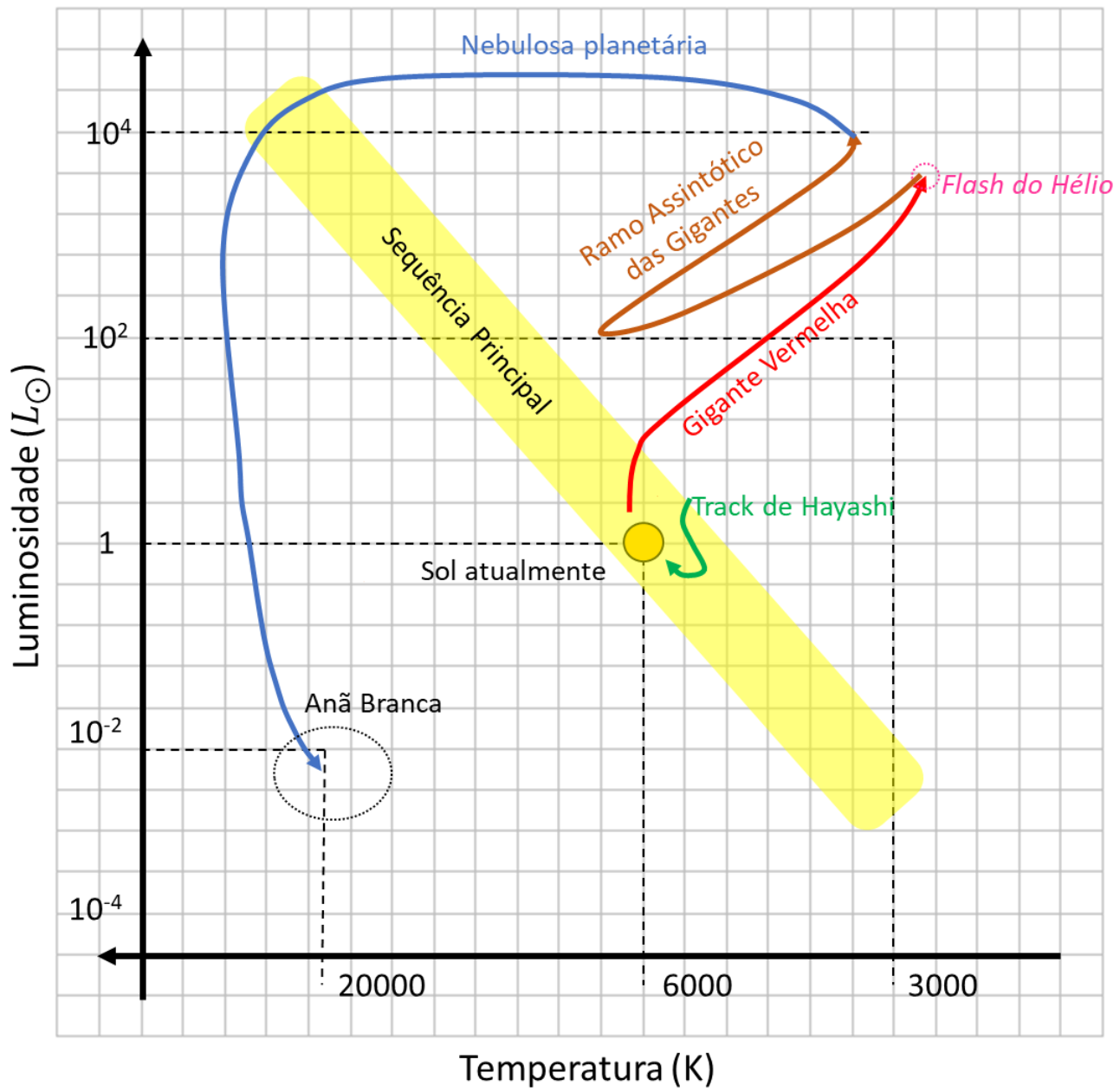


Figura 7