

$$m_C - m_1 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{L_1 + L_2}{L_1}\right) \Rightarrow m_C - m_1 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{L_1 + L_2}{L_1}\right) \Rightarrow m_C - m_1 = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T_1^4 + 4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T_2^4}{4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T_1^4}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{5}{2} \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_1^4}\right) + m_C$$

Analogamente para m_2 , vem:

$$m_2 = \frac{5}{2} \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_2^4}\right) + m_C$$

Logo, a diferença entre as magnitudes (Δm) será:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = m_C - m_2 = \frac{5}{2} \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_1^4}\right) + m_C - \frac{5}{2} \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_2^4}\right) - m_C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{5}{2} \left[\log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_1^4}\right) - \log\left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{T_2^4}\right) \right] \Rightarrow \Delta m = \frac{5}{2} \cdot \log\left(\frac{T_2^4}{T_1^4}\right) \Rightarrow \Delta m = 10 \cdot \log\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta m = 10 \cdot \log\left(\frac{12000}{5000}\right) \Rightarrow \Delta m = 3,80$$

Prova Teórica em Grupo – Resoluções

- 1) a) e b) A partir da relação entre o período sinódico e sidereal apresentada no enunciado e sabendo que $P^2 = a^3$, temos:

Planeta	Período Sidereal (anos)	Período Sinódico (dias)	Semieixo maior (ua)
Mercúrio	0,24	115,88	0,386
Vênus	0,615	584,00	0,723
Terra	1,0	----	1,0
Marte	1,88	780,00	1,52
Júpiter	11,9	398,79	5,2
Saturno	29,65	378,00	9,58
Urano	84,1	369,65	19,19
Netuno	133,82	368,00	26,16

- c) Sendo a massa de Júpiter M_J e a massa de Io m_I , da 3ª Lei de Kepler, temos:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{(M_J + m_I)} \Rightarrow (M_J + m_I) = \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{P^2 G} = \frac{4\pi^2 \cdot (4,21 \cdot 10^8)^3}{(1,77 \cdot 24 \cdot 3600)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (M_J + m_I) = 1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

d) Considerando que a massa de Io é desprezível em relação a massa de Júpiter, temos que:

$$M_J = 1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

2) a) (i) Da equação da Lei da Gravitação Universal, temos que a força gravitacional que a Terra exerce sobre a Lua (F_{T-L}) é:

$$F_{T-L} = \frac{G \cdot M_T \cdot m_L}{d_{T-L}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{(3,84 \cdot 10^8)^2} \Rightarrow F_{T-L} = 1,988 \cdot 10^{20} \text{ N}$$

(ii) Da 3ª Lei de Newton, temos que toda ação corresponde a uma reação de mesmo módulo. Logo, a intensidade da força gravitacional que a Lua exerce sobre a Terra (F_{L-T}) é **1,988.10²⁰ N**.

b) Da Lei da Gravitação Universal de Newton, temos:

$$\frac{F_{T-S}}{F_{T-L}} = \frac{\frac{G \cdot M_T \cdot M_S}{d_{T-S}^2}}{\frac{G \cdot M_T \cdot m_L}{d_{T-L}^2}} \Rightarrow \frac{F_{T-S}}{F_{T-L}} = \frac{M_S}{m_L} \cdot \left(\frac{d_{T-L}}{d_{T-S}} \right)^2 = \frac{1,99 \cdot 10^{30}}{7,35 \cdot 10^{22}} \cdot \left(\frac{3,84 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{11}} \right)^2 \Rightarrow \frac{F_{T-S}}{F_{T-L}} = 177,4$$

c) (i) Considerando que NGC2207 tem massa M_2 e IC2163 tem massa M_1 e diâmetro D_1 , temos que o parâmetro Q_{2-1} é:

$$Q_{2-1} = \log \left[\left(\frac{M_2}{M_1} \right) \cdot \left(\frac{D_1}{d} \right)^3 \right] = \log \left[\left(\frac{1,16 \cdot 10^{10}}{7,28 \cdot 10^9} \right) \cdot \left(\frac{28,76}{23,40} \right)^3 \right] \Rightarrow Q_{2-1} = 0,471$$

(ii) Considerando que IC2163 tem massa M'_2 e NGC2207 tem massa M'_1 e diâmetro D'_1 , temos que o parâmetro Q_{1-2} é:

$$Q_{1-2} = \log \left[\left(\frac{M'_2}{M'_1} \right) \cdot \left(\frac{D'_1}{d} \right)^3 \right] = \log \left[\left(\frac{7,28 \cdot 10^9}{1,16 \cdot 10^{10}} \right) \cdot \left(\frac{31,33}{23,40} \right)^3 \right] \Rightarrow Q_{1-2} = 0,178$$

Analisando os dados, verificamos que tanto a massa quanto o diâmetro de NGC2207 são maiores do que o da galáxia IC2163. Consequentemente, temos que o parâmetro Q_{2-1} é necessariamente maior que Q_{1-2} .

d) Considerando que as massas das duas galáxias são praticamente iguais (cerca de $1 \cdot 10^{12}$ massas solares), temos que a equação do parâmetro da força de maré se reduz a:

$$Q = \log \left[\left(\frac{D_1}{d} \right)^3 \right]$$

Como a distância entre elas é muito maior do que o diâmetro ($d \ll D_1$), temos que o parâmetro Q é praticamente zero.

3) a) A velocidade tangencial da estrela Barnard, em km/s, é:

$$v_t = 4,74 \cdot \mu \cdot d = 4,74 \cdot \frac{41,44}{4} \cdot 1,83 \Rightarrow v_t = 89,86 \text{ km/s}$$

b) Da equação do Efeito Doppler, temos:

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \Rightarrow \frac{v_r}{3 \cdot 10^5} = \frac{516,45 - 516,63}{516,63} \Rightarrow |v_r| = 104,52 \text{ km/s}$$

c) A estrela está se **aproximando**, pois o comprimento de onda da linha espectral observada é menor quando comparada com a mesma linha observada em um laboratório em repouso ($\lambda < \lambda_0$).

d) A velocidade real da estrela é:

$$v^2 = v_t^2 + v_r^2 = (89,86)^2 + (104,52)^2 \Rightarrow v = 137,84 \text{ km/s}$$

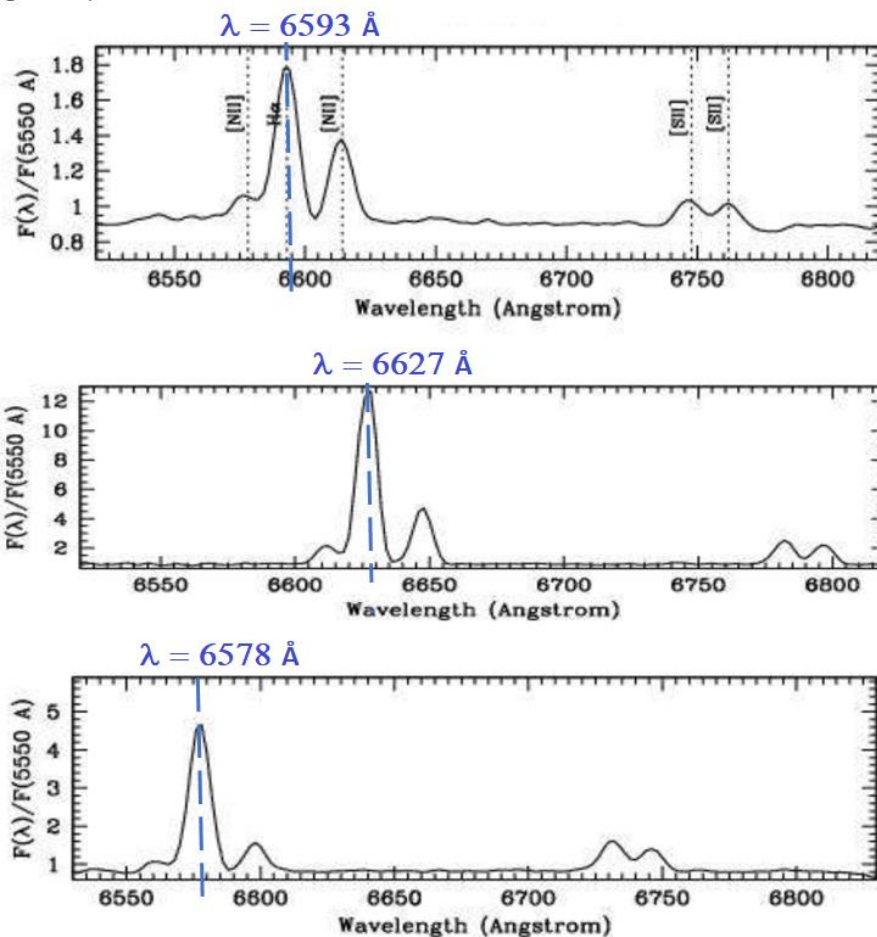
4) a) Como o *redshift* é menor que 0,1, temos:

$$\frac{H_0 \cdot D}{c} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \Rightarrow \frac{73 \cdot D}{3 \cdot 10^5} = \frac{4018 - 3933}{3933} \Rightarrow D = 88,82 \text{ Mpc}$$

b) Como o *redshift* é maior que 0,1, temos:

$$H_0 \cdot D' = \left[\frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \right] \cdot c \Rightarrow 73 \cdot D' = \left[\frac{(1,7+1)^2 - 1}{(1,7+1)^2 + 1} \right] \cdot 3 \cdot 10^5 \Rightarrow D' = 3118,13 \text{ Mpc}$$

c) Analisando os gráficos, temos:



A partir das relações apresentadas no enunciado, vem:

Galáxia	$\lambda(\text{\AA})$	z	$v \text{ (km/s)}$	$D \text{ (Mpc)}$
NGC4750	6 593	0,0046	1 380	18,90
NGC7714	6 627	0,0098	2 940	40,27
NGC4631	6 578	0,0023	690	9,45

d) A partir dos dados dos itens anteriores, temos:

Objeto	$v \text{ (km/s)}$	$D \text{ (Mpc)}$
NGC4631	690	9,45
NGC4750	1 380	18,90
NGC7714	2 940	40,27
NGC4889	6 483	88,82
SN1997ff	227 000	3 118,30

Analisando os dados, conclui-se que quanto mais afastado o objeto, maior será sua velocidade de recessão. Logo, podemos afirmar que o nosso universo está em expansão acelerada.

