

## Prova Teórica em Grupo – Resoluções

### PROBLEMA I

1) Da equação do Efeito Doppler, temos que a velocidade de rotação observada ( $v$ ) da nuvem é:

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \Rightarrow \frac{v}{3 \cdot 10^5} = \frac{1,54 \cdot 10^{-4}}{21 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow v = 220 \text{ km/s}$$

2) Considerando a nuvem em órbita circular, e que toda a massa visível está concentrada no núcleo galáctico, temos que a velocidade teórica de rotação ( $v_T$ ) é:

$$v_T = \sqrt{\frac{GM_{\text{galáxia}}}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{3 \cdot 10^4 \cdot 3,086 \cdot 10^{16}}} \Rightarrow v_T = 1,20 \cdot 10^5 \text{ m/s} \Rightarrow v_T = 120 \text{ km/s}$$

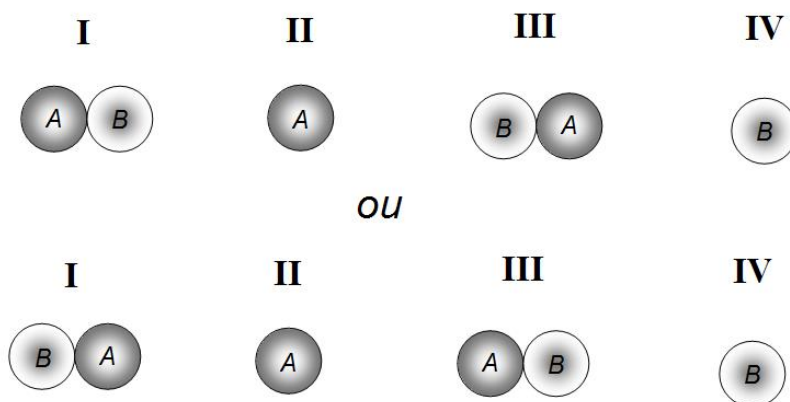
3) Comparando os resultados dos itens (1) e (2), temos que a velocidade teórica de rotação é menor que a velocidade observada ( $v_T < v$ ). Essa diferença pode ser justificada pois consideramos apenas a massa visível da galáxia ao calcularmos a velocidade de rotação teórica. Para obtermos o resultado previsto em (1), devemos ter uma massa  $M$  de:

$$v_T = v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow 220 \cdot 10^3 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} M}{3 \cdot 10^4 \cdot 3,086 \cdot 10^{16}}} \Rightarrow M = 6,748 \cdot 10^{41} \text{ kg} \Rightarrow M = 3,36 \cdot 10^{11} M_{\text{Sol}} \Rightarrow \\ \Rightarrow M = 3,36 M_{\text{galáxia}}$$

Portanto, 3,36 vezes maior que a massa visível. Este excesso pode ser explicado pela presença de um halo de matéria escura.

### PROBLEMA II

1) A seguir seguem dois esquemas possíveis. Sendo A a estrela menos brilhante e B a estrela mais brilhante, para cada ponto, temos:



2) Como a profundidade de cada mínimo é definida pela diferença entre a magnitude aparente da estrela e a magnitude aparente total da binária, para o mínimo primário, temos:

$$\Delta mag_1 = m_A - m_{\text{tot}} = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{F_A}{F_{\text{tot}}} \right) \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{L_A}{4\pi \cdot d^2} \cdot \frac{4\pi \cdot d^2}{L_{\text{tot}}} \right) \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{L_A}{L_{\text{tot}}} \right)$$

Analogamente, para o mínimo secundário, vem:

$$\Delta mag_2 = m_B - m_{tot} = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{F_B}{F_{tot}} \right) \Rightarrow \Delta mag_2 = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{L_B}{4\pi \cdot d^2} \cdot \frac{4\pi \cdot d^2}{L_{tot}} \right) \Rightarrow \Delta mag_2 = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{L_B}{L_{tot}} \right)$$

3) Para o mínimo primário, temos:

$$\left| \begin{array}{l} \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{L_A}{L_{tot}} \right) \\ L_{tot} = L_A + L_B \\ L = 4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \end{array} \right. \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{L_A}{L_A + L_B} \right) \Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left( 1 + \frac{4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_A^4}{4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_B^4} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta mag_1 = -\frac{5}{2} \log \left( 1 + \left( \frac{5000}{12000} \right)^4 \right) \Rightarrow \Delta mag_1 = 3,8$$

Analogamente, para o mínimo secundário, vem:

$$\Delta mag_2 = -\frac{5}{2} \log \left( \frac{L_B}{L_A + L_B} \right) = -\frac{5}{2} \log \left( 1 + \frac{4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_B^4}{4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_A^4} \right) \Rightarrow \Delta mag_2 = -\frac{5}{2} \log \left( 1 + \left( \frac{12000}{5000} \right)^4 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta mag_2 = 0,03$$

### PROBLEMA III

1) Distribuindo toda a massa da Lua pela superfície terrestre, temos que o novo raio  $R$  será:

$$V = V_{Terra} + V_{Lua} \Rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_{Terra}^3 + \frac{4}{3} \pi R_{Lua}^3 \Rightarrow R^3 = R_{Terra}^3 + R_{Lua}^3 = (6370)^3 + (1740)^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 6413 km$$

Logo, o aumento do raio  $\Delta R$ , seria de:

$$\Delta R = R - R_{Terra} = 6413 - 6370 \Rightarrow \Delta R = 43 km$$

2) Comparando as acelerações da gravidade na nova situação ( $g'$ ) com a atual ( $g$ ), vem:

$$\left| \begin{array}{l} g' = \frac{G \cdot (M_{Terra} + M_{Lua})}{R^2} \\ g = \frac{G \cdot M_{Terra}}{R_{Terra}^2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{M_{Terra} + M_{Lua}}{M_{Terra}} \cdot \left( \frac{R_{Terra}}{R} \right)^2 = \frac{1,012 \cdot M_{Terra}}{M_{Terra}} \cdot \left( \frac{6370}{6413} \right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{g} = 0,9985$$

Portanto, praticamente não haverá alteração no valor da aceleração da gravidade terrestre.

**PROBLEMA IV**

1) Considerando que o asteroide também orbita o Sol, da 3ª Lei de Kepler, temos:

$$P^2 = a^3 \Rightarrow \left(\frac{11,87}{3}\right)^2 = a^3 \Rightarrow a = 2,5 \text{ ua}$$

2) Considerando que a órbita do asteroide tem excentricidade  $e$ , e o Sol está a uma distância  $c$  do centro da elipse, temos que a menor distância  $q$  entre o asteroide e o Sol é dado por:

$$\begin{cases} q = a - c \\ e = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow q = a \cdot (1 - e) = 2,5 \cdot (1 - 0,3) \Rightarrow q = 1,75 \text{ ua}$$

Logo, a menor distância  $d$  entre o asteroide e a Terra é:

$$d = q - 1 \text{ ua} = 1,75 - 1 \Rightarrow d = 0,75 \text{ ua}$$

**PROBLEMA V**

1) Considerando que a galáxia possui *redshift*  $z = 0,05$ , da Lei de Hubble, temos:

$$\begin{cases} v = H_0 \cdot r \\ z = \frac{v}{c} \end{cases} \Rightarrow H_0 \cdot r = z \cdot c \Rightarrow 65 \cdot r = 0,05 \cdot 3 \cdot 10^5 \Rightarrow r = 230,77 \text{ Mpc}$$

2) Considerando que a velocidade permaneceu constante, da definição da velocidade média, temos:

$$\begin{cases} v = \frac{r}{\Delta t} \\ v = H_0 \cdot r \end{cases} \Rightarrow H_0 \cdot r = \frac{r}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{65 \text{ km.s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}} \Rightarrow \Delta t = \frac{10^6 \cdot 3,086 \cdot 10^{13} \text{ km}}{65 \text{ km.s}^{-1}} \Rightarrow \Delta t = 4,747 \cdot 10^{17} \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 1,50 \cdot 10^{10} \text{ anos}$$

**PROBLEMA VI**

1) Considerando que a órbita é circular, temos:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,1 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{5,1 \cdot 5 \cdot 10^{11}}} \Rightarrow v = 14 \text{ km/s}$$

2) A resolução angular ( $\theta$ ) do Gemini Sul é:

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} = 1,22 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{8,1} \Rightarrow \theta = 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ rad} = 0,05''$$

Para ser detectado o movimento do exoplaneta, seu deslocamento deverá ser igual a resolução angular do telescópio. Considerando que o exoplaneta está a  $r = 25 \text{ pc}$ , essa resolução equivale a distância  $d$  de:

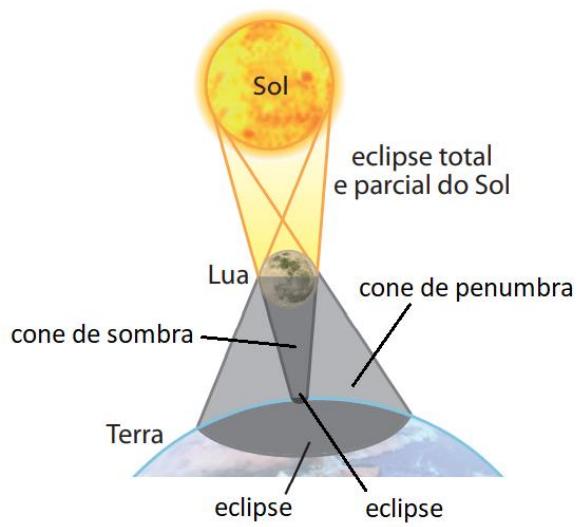
$$\text{tg} \theta = \frac{d}{r} \Rightarrow \text{tg} 0,05'' = \frac{d}{25} \Rightarrow d = 6,06 \cdot 10^{-6} \text{ pc} = 1,87 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Considerando que a velocidade do exoplaneta é constante, temos:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 13,99 \cdot 10^3 = \frac{1,87 \cdot 10^{11}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1,34 \cdot 10^7 \text{ s} \Rightarrow \Delta t \approx 5 \text{ meses}$$

**PROBLEMA VII**

1) Esquema para o eclipse total do Sol:



2) Esquema para o eclipse anular do Sol:

