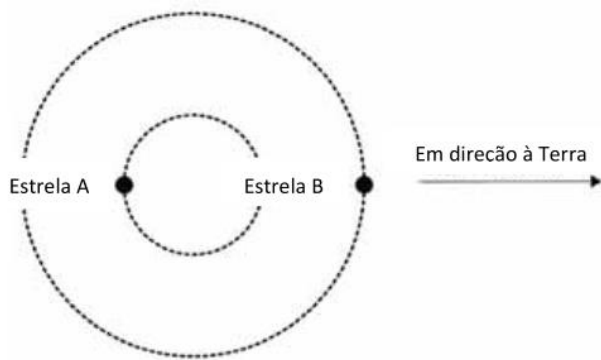
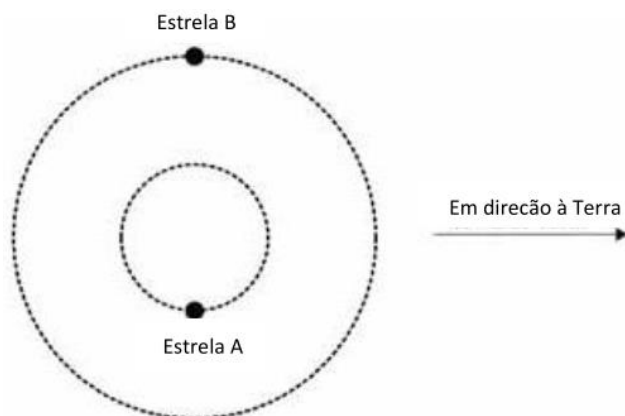


7) a)



Nesta configuração, as estrelas possuem velocidades perpendiculares à direção da Terra. Portanto, neste instante, não há afastamento ou aproximação com a Terra para detectarmos o efeito Doppler.

b)



Estrela A:

$$\frac{\Delta\lambda_A}{\lambda_A} = \frac{v_A}{c} \Rightarrow \frac{(6,5 - 6,58) \cdot 10^{-7}}{6,58 \cdot 10^{-7}} = \frac{v_A}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_A = -3,647 \cdot 10^6 \text{ m/s (aproximação)}$$

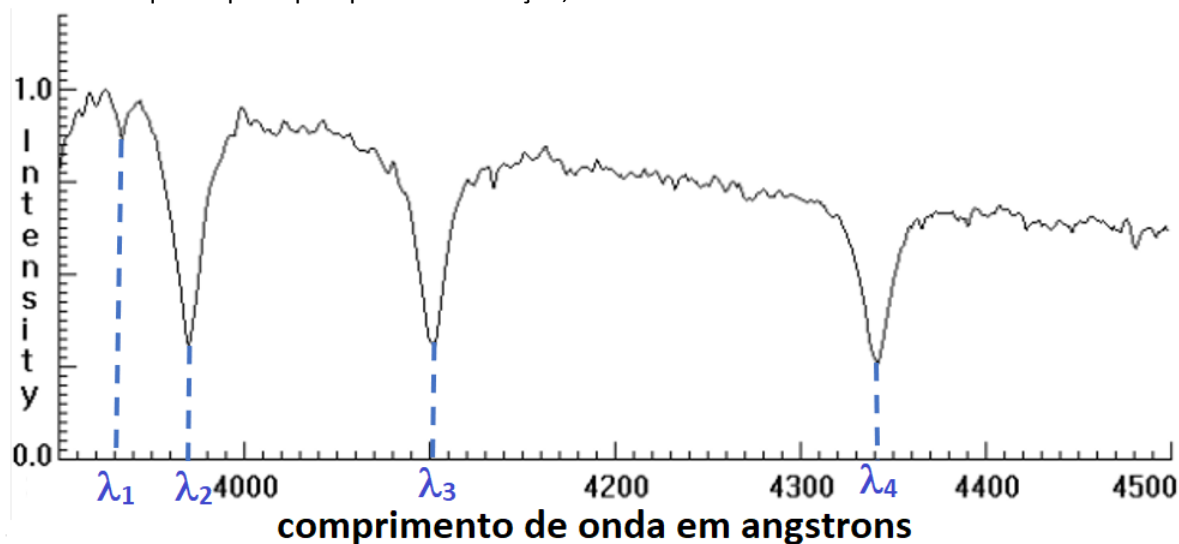
Estrela B:

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \frac{v_B}{c} \Rightarrow \frac{(6,76 - 6,58) \cdot 10^{-7}}{6,58 \cdot 10^{-7}} = \frac{v_B}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = 8,206 \cdot 10^6 \text{ m/s (afastamento)}$$

## Prova Teórica em Grupo – Resoluções

1) a) Analisando os quatro principais picos de absorção, temos:



$$\lambda_1 = 3930 \text{ \AA} \quad \text{Ca II}$$

$$\lambda_2 = 3970 \text{ \AA} \quad \text{H I (H épsilon)}$$

$$\lambda_3 = 4100 \text{ \AA} \quad \text{He II}$$

$$\lambda_4 = 4340 \text{ \AA} \quad \text{H I (H gama)}$$

b) Comparando os picos de absorção com os espectros típicos para cada classe espectral, concluímos que a estrela pertence ao tipo espectral **A**. A presença de linhas de absorção do hidrogênio dominantes e metais fracamente ionizados, reforçam a justificativa.

c) Analisando o gráfico, temos que a intensidade máxima ( $I_{\text{máx}} = 1$ ) ocorre para o comprimento de onda  $\lambda_{\text{máx}} = 3920 \text{ \AA}$ , portanto, aplicando a Lei de Wien, temos:

$$\lambda_{\text{máx}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m.K} \Rightarrow 3920 \cdot 10^{-10} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T = 7393 \text{ K}$$

d) Como a temperatura é baixa para uma estrela de classe espectral A ( $\sim 11\,000 \text{ K}$  a  $\sim 7500 \text{ K}$ ), podemos classificá-la como A10 = F0. Portanto, sua magnitude absoluta é  $M = 2,6$ . Da equação de Pogson, temos:

$$m - M = 5 \log d - 5 \Rightarrow 9,5 - 2,6 = 5 \log d - 5 \Rightarrow d = 239,88 \text{ pc}$$

2) a) Considerando que o raio orbital, soma do raio da Terra mais a altura em relação a superfície, triplicou, a variação da energia mecânica do satélite será:

$$\Delta E_{\text{mec}} = -\frac{GMm}{2r_f} + \frac{GMm}{2r_i} = \frac{GMm}{2} \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{3r_i} \right) \Rightarrow \Delta E_{\text{mec}} = \frac{GMm}{2} \cdot \frac{2}{3r_i} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta E_{\text{mec}} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 3 \cdot 10^2}{3 \cdot (6,4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)} = 5,8 \cdot 10^9 \text{ J}$$

b) Como a massa do satélite é muito menor que a massa da Terra, da 3ª Lei de Kepler, temos:

$$\frac{P_i^2}{r_i^3} = \frac{P_f^2}{r_f^3} \Rightarrow \frac{P_i^2}{r_i^3} = \frac{P_f^2}{(3r_i)^3} \Rightarrow \frac{P_i}{P_f} = 0,19$$

c) Para escapar da órbita, é necessário que  $\Delta E_{\text{mec}} = 0 \Rightarrow K = -U$ , então:

$$\frac{m \cdot v_{\text{esp}}^2}{2} = -\left(-\frac{GMm}{r}\right) \Rightarrow v_{\text{esp}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Portanto:

$$\frac{v_{\text{esp } i}^2}{v_{\text{esp } f}^2} = \frac{\frac{2GM}{r_i}}{\frac{2GM}{3r_i}} \Rightarrow \frac{v_{\text{esp } i}}{v_{\text{esp } f}} = \sqrt{3}$$

3) a) Considerando  $k$  e  $c$  constantes, da definição de luminosidade, temos:

$$\left| \begin{array}{l} L = \frac{E}{t} \Rightarrow M^4 \propto \frac{kMc^2}{t} \Rightarrow t \propto M^{-3} \\ L \propto M^4 \end{array} \right.$$

b) Duplicando a massa da estrela, a razão  $t'/t$ , entre os tempos de vida será:

$$\frac{t'}{t} = \left( \frac{2M}{M} \right)^{-3} \Rightarrow \frac{t'}{t} = 0,125$$

Ou seja, o tempo de vida reduz **8 vezes**.

4) a) Sendo  $MM$ , a massa molar da estrela, da equação de estado para um gás ideal, temos:

$$p.V = n.k.T \Rightarrow p \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{M}{MM} \cdot k.T \Rightarrow pR^3 \propto MT$$

b) Considerando que a área superficial da estrela é  $A = 4\pi R^2$ , da definição de pressão média, temos:

$$\left| \begin{array}{l} p = \frac{F}{A} \\ F \propto \frac{M^2}{R^2} \end{array} \Rightarrow p \propto \frac{M^2}{R^2} \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \Rightarrow p \propto \frac{M^2}{R^4} \right.$$

c) Comparando os resultados dos itens a e b, temos:

$$\left| \begin{array}{l} pR^3 \propto MT \\ p \propto \frac{M^2}{R^4} \end{array} \Rightarrow \frac{M^2}{R^4} \cdot R^3 \propto MT \Rightarrow T \propto \left(\frac{M}{R}\right)^1 \right.$$

Logo, a constante  $a$  de proporcionalidade é  $a = 1$ .

d) Considerando a densidade  $\rho$  da estrela constante, temos:

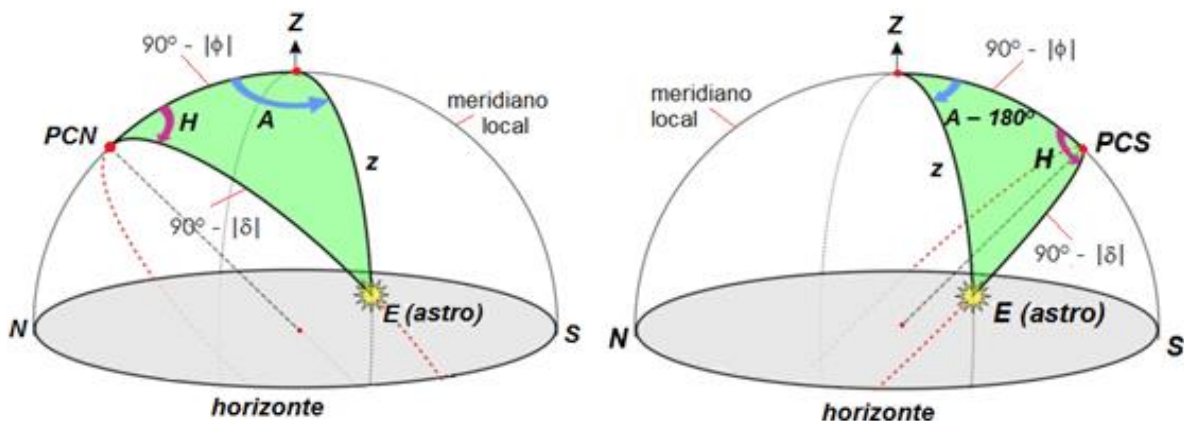
$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow R^3 = \frac{3M}{4\pi\rho} \Rightarrow R \propto M^{\frac{1}{3}}$$

Da equação de Stefan-Boltzmann, temos:

$$L = 4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \Rightarrow L \propto R^2 \cdot T^4 \Rightarrow L \propto R^2 \cdot \left(\frac{M}{R}\right)^4 \Rightarrow L \propto \frac{M^4}{R^2} \Rightarrow L \propto \frac{M^4}{\left(M^{\frac{1}{3}}\right)^2} \Rightarrow L \propto M^{\frac{10}{3}}$$

Logo, a constante  $b$  de proporcionalidade é  $b = 3,3$ . Usualmente, aproxima-se este valor para  $3,5$ .

5) a) A partir da Lei dos cossenos para os triângulos esféricos, pode-se estabelecer as seguintes relações:



Triângulo de posição para um observador no hemisfério Norte e outro no hemisfério Sul.

$$\begin{aligned} \cos z &= \cos(90^\circ - |\phi|) \cdot \cos(90^\circ - |\delta|) + \sin(90^\circ - |\phi|) \cdot \sin(90^\circ - |\delta|) \cdot \cos H \Rightarrow \\ &\Rightarrow \cos z = \sin|\phi| \cdot \sin|\delta| + \cos|\phi| \cdot \cos|\delta| \cdot \cos H \Rightarrow \\ &\Rightarrow \cos H = \cos z \cdot \sec|\phi| \cdot \sec|\delta| - \operatorname{tg}|\phi| \cdot \operatorname{tg}|\delta| \end{aligned}$$

Para o nascer ou o caso, temos  $z = 90^\circ$ , logo:

$$\cos H = \cos 90^\circ \cdot \sec |\phi| \cdot \sec |\delta| - \operatorname{tg} |\phi| \cdot \operatorname{tg} |\delta| \Rightarrow \boxed{\cos H = -\operatorname{tg} \phi \cdot \operatorname{tg} \delta}$$

b) Considerando a situação de solstício de verão para o hemisfério Sul ( $\delta_{\text{Sol}} = -23^\circ 27'$ ), temos que o ângulo horário de ocase do Sol  $H_1$ , no trópico de Capricórnio ( $\phi_1 = -23^\circ 27'$ ) e  $H_2$  no trópico de Câncer ( $\phi_2 = +23^\circ 27'$ ), nesta data valem:

$$\cos H_1 = -\operatorname{tg} \phi_1 \cdot \operatorname{tg} \delta_{\text{Sol}} = -\operatorname{tg}(-23^\circ 27') \cdot \operatorname{tg}(-23^\circ 27') \Rightarrow H_1 = 100,84^\circ = 6,72 h$$

$$\cos H_2 = -\operatorname{tg} \phi_2 \cdot \operatorname{tg} \delta_{\text{Sol}} = -\operatorname{tg}(23^\circ 27') \cdot \operatorname{tg}(-23^\circ 27') \Rightarrow H_2 = 79,15^\circ = 5,28 h$$

Como o tempo de permanência do astro acima do horizonte é igual a duas vezes o ângulo horário de ocase, temos que o tempo que o Sol ficará acima do horizonte em cada uma das localidades é:

$$\boxed{t_1 = 2 \cdot H_1 = 13,44 h} \quad \text{e} \quad \boxed{t_2 = 2 \cdot H_2 = 10,56 h}$$

c) Organizando os dados, temos:

