

Prova Teórica em Grupo – Resoluções

PROBLEMA 1

QUESTÃO 1:

- 1.1. O viajante acha-se sobre a linha do Equador com o Sol em seu zênite. Logo, o Sol encontra-se sobre o Equador celeste em algum equinócio. Para manter o Sol sempre no zênite, desprezando o movimento em declinação do Sol, que nesta época é máximo, basta o viajante compensar o movimento diurno do Sol **movendo-se de Leste para Oeste** a uma velocidade de:

$$v = \frac{2\pi R_{Terra}}{P_{Terra}} = \frac{2\pi \cdot 6,4 \cdot 10^6}{24 \cdot 3,6 \cdot 10^3} = \boxed{465,4 \text{ m/s}}$$

- 1.2. A velocidade do som é dada na tabela de constantes como sendo 340 m/s. Desta forma, dividindo o resultado obtido anteriormente por este valor, temos:

$$\frac{v}{v_{som}} = \frac{465,4}{340} = \boxed{1,37 \text{ vezes}}$$

- 1.3. O viajante teria que se deslocar a uma velocidade de 1,37 vezes a velocidade do som, ou seja, 1,37 Mach (Mach 1,37). **O veículo apropriado para essa velocidade é um avião supersônico.**
- 1.4. Na Lua, o que determina a posição do Sol em relação à sua superfície é o MÊS SINÓDICO LUNAR, já que sua rotação é síncrona com seu período de translação ao redor da Terra.

Pela Tabela de Constantes, vemos que $P_{sinódico} = 29,5 \text{ dias}$. Assim:

$$v = \frac{2\pi R_{Lua}}{P_{Tsinódico}} = \frac{2\pi \cdot 1,74 \cdot 10^6}{29,5 \cdot 24 \cdot 3,6 \cdot 10^3} = \boxed{4,29 \text{ m/s}}$$

QUESTÃO 2:

Esta questão é facilitada pelo fato de constar na Tabela de Constantes o valor de 200 km para o diâmetro da sombra da Lua sobre a superfície da Terra.

Em relação ao Sol a Lua se move, de Oeste para Leste, aproximadamente $\frac{360^\circ}{29,5 \text{ dias}} = 12,2^\circ/\text{dia} = 2,465 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$. Isto implica que a sombra projetada da Lua sobre a superfície da Terra se move, também de Oeste para Leste, com uma velocidade de:

$$v_s = 3,84 \cdot 10^8 \cdot 2,465 \cdot 10^{-6} = 946,6 \text{ m/s}$$

Por outro lado, como a Terra gira de Oeste para Leste, vimos que um ponto sobre o Equador se desloca a uma velocidade de cerca de $v = 465,4 \text{ m/s}$. Ou seja, a velocidade efetiva com que a sombra da Lua percorreria a linha do Equador durante um eclipse hipotético seria de aproximadamente:

$$v_{sombra} = 946,6 - 465,4 = 481,1 \text{ m/s}$$

Como ambas as velocidades estão no mesmo sentido, de Oeste para Leste, a progressão da sombra da Lua sobre a superfície da Terra também será de Oeste para Leste.

A distância da Terra à Lua não foi dada na Tabela de Constantes. Desta forma, teríamos que empregar um raciocínio simplificado, considerando apenas a rotação da Terra.

Finalmente, o tempo máximo de um eclipse seria dado pelo tempo em que o diâmetro do círculo de sombra avançasse sobre o observador situado na linha do Equador terrestre.

Felizmente, a Tabela de Constantes fornece um valor para o diâmetro do círculo de sombra projetado pela Lua como sendo de $D = 200 \text{ km}$.

Sendo assim, a sombra do eclipse solar percorreria um ponto sobre o Equador no tempo de:

$$t_{\text{máx}} = \frac{200\,000}{481,1} = 415,7 \text{ s} \Rightarrow t_{\text{máx}} = 6,9 \text{ min}$$

Utilizando o raciocínio simplificado sugerido pelo enunciado esse tempo máximo seria de:

$$t_{\text{máx}} = \frac{200\,000}{465,4} = 429,7 \text{ s} \Rightarrow t_{\text{máx}} = 7,2 \text{ min}$$

PROBLEMA 2

2.1. A questão pede apenas uma análise qualitativa do problema descrito pela figura, que representa a secção equatorial do planeta.

A velocidade de escape de um corpo sujeito à atração gravitacional de outro corpo de massa M e distante r é:

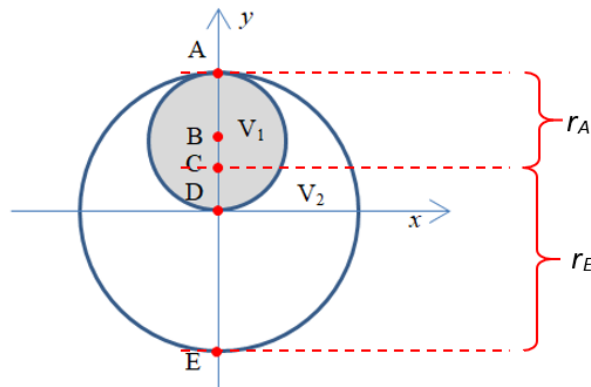
$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Ou seja, quanto maior for a distância ao centro de massa, menor será a velocidade de escape.

Seja M_1 a massa da esfera de densidade $\rho_1 = 2\rho$ e raio $R_1 = R/2$, e M_2 a massa da esfera de densidade $\rho_2 = \rho$ e raio $R_2 = R$, descontada a cavidade de raio R_1 . Assim:

$$\begin{cases} M_1 = \rho_1 V_1 = 2\rho \frac{4\pi}{3} \left(\frac{R}{2}\right)^3 = \rho \frac{\pi R^3}{3} \\ M_2 = \rho_2 (V_2 - V_1) = \rho \frac{4\pi}{3} \left[R^3 - \left(\frac{R}{2}\right)^3 \right] = \rho \frac{7\pi R^3}{6} \end{cases}$$

Como $M_1 > M_2$ o centro de massa do planeta (C) está em algum ponto entre o centro geométrico do planeta (D) e o centro geométrico da cavidade (B) (veja figura).



Logo, como $r_A < r_E$, a velocidade de escape será menor no **ponto da superfície oposto ao centro geométrico da cavidade**, ou seja, no ponto E do esquema.

2.2. Neste caso basta somar as massas $M = M_1 + M_2$, pois o centro de massa do planeta coincidirá com seu centro geométrico e, em seguida, aplicar a fórmula da velocidade de escape. Assim:

$$M = \rho \frac{\pi R^3}{3} + \rho \frac{7\pi R^3}{6} = \rho \frac{3\pi R^3}{2}$$

$$v_{esc} = R\sqrt{3\rho G}$$

PROBLEMA 3

QUESTÃO 1:

Seja F_o o brilho do Sol (fluxo) sem a mancha e F o brilho do Sol com a mancha. Os fluxos serão proporcionais às áreas então:

$$\frac{F}{F_o} = \frac{A}{A_o}$$

Mas:

$$\begin{cases} A_o = \pi R^2 \\ A = \pi R^2 - \pi \frac{R^2}{16} = \frac{15}{16} \pi R^2 \end{cases}$$

Então:

$$\frac{F}{F_o} = \frac{\frac{15}{16} \pi R^2}{\pi R^2} = \frac{15}{16}$$

Da relação entre fluxo e magnitude, temos:

$$\frac{F}{F_o} = 10^{\frac{2}{5}(m_o - m)} = \frac{15}{16} \Rightarrow \frac{2}{5}(m_o - m) = \log\left(\frac{15}{16}\right) \Rightarrow \Delta m = (m_o - m) = \frac{5}{2} \log\left(\frac{15}{16}\right)$$

$$\Delta m = -0,07$$

Onde o sinal negativo apenas indica que $m > m_o$.

QUESTÃO 2:

2.1. Uma vez que as velocidades implicadas são muito menores que a velocidade da luz no vácuo, i.e. $v \ll c$, podemos usar a fórmula do Efeito Doppler não relativístico:

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda - \lambda_o}{\lambda_o} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_o}$$

Onde λ_0 representa o comprimento de onda em repouso da linha observada, v a velocidade da fonte e c a velocidade da luz no vácuo. Por convenção, quando a fonte se afasta $v > 0 \Rightarrow \lambda > \lambda_0$ e o comprimento de onda indica um desvio para o vermelho.

- Cálculo da velocidade de rotação no equador solar:

No equador do Sol $\Delta\lambda = 0,045 \text{ \AA}$ e, pela Tabela de Constantes, $\lambda_{H\alpha} = 6563 \text{ \AA}$. Logo:

$$v_{eq} = \frac{0,045 \cdot 3 \cdot 10^5}{6563} \Rightarrow v_{eq} = 2,06 \text{ km/s}$$

- Cálculo da velocidade de rotação do Sol ao longo do paralelo de 60° :

No paralelo de 60° , $\Delta\lambda = 0,019 \text{ \AA}$. Logo:

$$v_{60} = \frac{0,019 \cdot 3 \cdot 10^5}{6563} \Rightarrow v_{60} = 0,87 \text{ km/s}$$

2.2. Usando:

$$v = \frac{2\pi R}{P} \Rightarrow P = \frac{2\pi R}{v}$$

Onde R é o Raio do paralelo de latitude correspondente do Sol e P o referido período, temos:

- Cálculo do período de rotação no equador solar:

Pelos dados da Tabela de Constantes, $R_{Sol} = 7 \cdot 10^5 \text{ km}$, então:

$$P_{eq} = \frac{2\pi R_{Sol}}{v_{eq}} = \frac{2\pi \cdot 7 \cdot 10^5}{2,06} = 2,13 \cdot 10^6 \text{ s} \Rightarrow P_{eq} = 24,7 \text{ dias}$$

- Cálculo do período de rotação do Sol ao longo do paralelo de 60° :

O raio do paralelo de 60° é $R_{60} = R_{Sol} \cos 60^\circ$, então:

$$P_{60} = \frac{2\pi R_{Sol} \cdot \cos 60^\circ}{v_{eq}} = \frac{\pi \cdot 7 \cdot 10^5}{0,87} = 2,53 \cdot 10^6 \text{ s} \Rightarrow P_{60} = 29,3 \text{ dias}$$

2.3. Pode-se deduzir que o Sol não rotaciona como um corpo rígido, uma vez que é um corpo gasoso, e que sua velocidade de rotação diminui com o aumento da latitude.