

5) a) Como a estrela K possui menor luminosidade em relação a estrela B, sua magnitude absoluta será maior.

b) Se a luminosidade da estrela B é maior que a da estrela K e as duas aparecem no céu com a mesma magnitude aparente, temos que a estrela B estará mais distante.

6) Conhecendo a magnitude absoluta $M = 2$ e aparente $m = 8$ da estrela analisada, temos que sua distância (em parsec) considerando o coeficiente de extinção será:

$$m - M = 5 \log \frac{r_1}{10} - \alpha \Rightarrow 8 - 2 = 5 \log \frac{r_1}{10} - 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow r_1 = 158,635 \text{ pc}$$

Desconsiderando o coeficiente de extinção, temos:

$$m - M = 5 \log \frac{r_2}{10} \Rightarrow 8 - 2 = 5 \log \frac{r_2}{10} \Rightarrow r_2 = 158,489 \text{ pc}$$

Analisando os dados anteriores, temos que considerando o coeficiente de extinção, a estrela parecerá mais longínqua.

7) a) Quando uma galáxia se afasta do observador, temos que as linhas espectrais analisadas se deslocam para o **vermelho** em relação as mesmas linhas observadas em situação de repouso.

b) Da equação do Efeito Doppler apresentada, e sabendo que a velocidade da luz no vácuo é $c = 3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$, temos:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \left(\frac{H}{c} \right) r \Rightarrow z = \left(\frac{H}{c} \right) r \Rightarrow 0,77 = \frac{77}{3 \cdot 10^5} \cdot r \Rightarrow r = 3000 \text{ Mpc}$$

Prova Teórica em Grupo – Resoluções

1) a) As diferenças de longitude, em horas, de cada uma das cidades em relação a La Paz ($\lambda = 68^\circ 08' \text{ W}$) é:

- Brasília: $\Delta\lambda_1 = 68^\circ 08' - 47^\circ 55' = 20^\circ 13' \Rightarrow \Delta\lambda_1 = 1\text{h } 20\text{min } 52\text{s}$
- Montevideú: $\Delta\lambda_2 = 68^\circ 08' - 56^\circ 10' = 11^\circ 58' \Rightarrow \Delta\lambda_2 = 47\text{min } 52\text{s}$
- Cidade do México: $\Delta\lambda_3 = 68^\circ 08' - 98^\circ 11' = -30^\circ 03' \Rightarrow \Delta\lambda_3 = -2\text{h } 00\text{min } 12\text{s}$
- Santiago: $\Delta\lambda_4 = 68^\circ 08' - 70^\circ 39' = -2^\circ 31' \Rightarrow \Delta\lambda_4 = -10\text{min } 04\text{s}$
- Assunção: $\Delta\lambda_5 = 68^\circ 08' - 57^\circ 27' = 10^\circ 41' \Rightarrow \Delta\lambda_5 = 42\text{min } 44\text{s}$
- Bogotá: $\Delta\lambda_6 = 68^\circ 08' - 74^\circ 08' = -6^\circ \Rightarrow \Delta\lambda_6 = -24\text{min}$

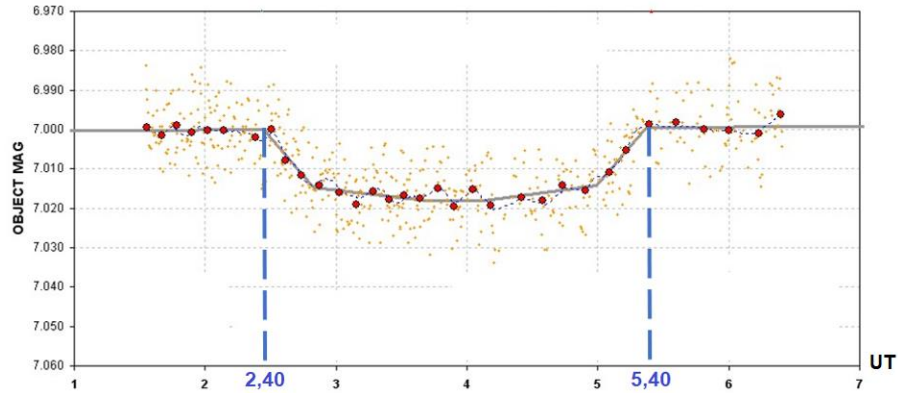
Sabendo que a hora solar verdadeira em La Paz é meio-dia (12h00min00s), temos que neste instante, a hora solar verdadeira em cada uma das cidades valem respectivamente:

- Brasília: $H_1 = 12\text{h} + 1\text{h } 20\text{min } 52\text{s} \Rightarrow H_1 = 13\text{h } 20\text{min } 52\text{s}$
- Montevideú: $H_2 = 12\text{h} + 47\text{min } 52\text{s} \Rightarrow H_2 = 12\text{h } 47\text{min } 52\text{s}$
- Cidade do México: $H_3 = 12\text{h} - 2\text{h } 00\text{min } 12\text{s} \Rightarrow H_3 = 9\text{h } 59\text{min } 48\text{s}$
- Santiago: $H_4 = 12\text{h} - 10\text{min } 04\text{s} \Rightarrow H_4 = 11\text{h } 49\text{min } 56\text{s}$
- Assunção: $H_5 = 12\text{h} + 42\text{min } 44\text{s} \Rightarrow H_5 = 12\text{h } 42\text{min } 44\text{s}$
- Bogotá: $H_6 = 12\text{h} - 24\text{min} \Rightarrow H_6 = 11\text{h } 36\text{min}$

b) Temos que a hora indicada pelo relógio é a hora civil e respeita o horário do meridiano central de fuso. Como La Paz está a $8^\circ 08' \text{ a Oeste}$ do meridiano 60° (GMT-4), quando for 12h de tempo solar será **12h 32min 32s** de tempo civil. Portanto, para os demais países, respeitado os respectivos fusos horários, temos:

- Brasília (GMT-3): **13h 32min 32s**
- Montevidéu (GMT-4): **12h 32min 32s**
- Cidade do México (GMT-5): **11h 32min 32s**
- Santiago (GMT-4): **12h 32min 32s**
- Assunção (GMT-4): **12h 32min 32s**
- Bogotá (GMT-5): **11h 32min 32s**

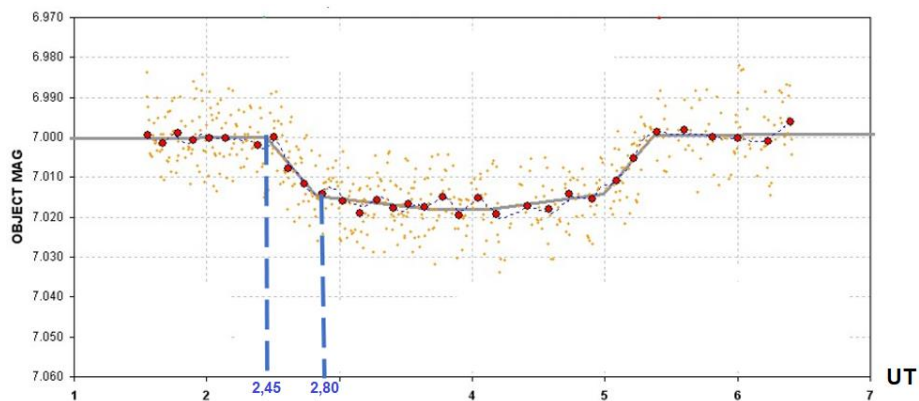
2) a) Analisando do gráfico e respeitando a escala apresentada, temos:



Logo, a duração total do trânsito foi de:

$$d = 5,40 - 2,40 = \boxed{3,00h}$$

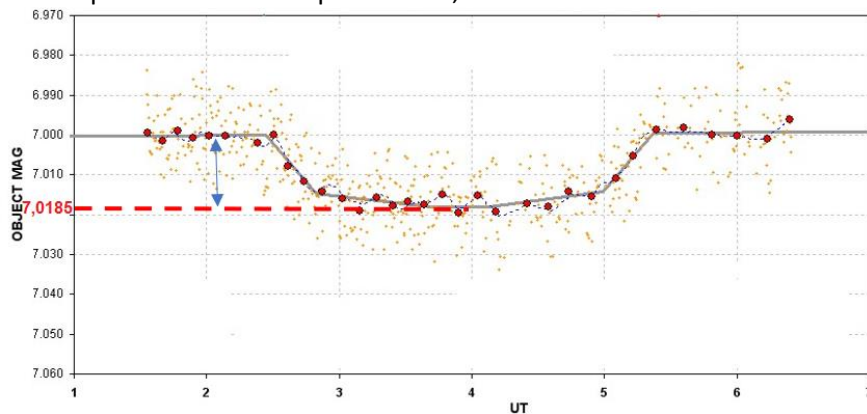
b) Analisando do gráfico e respeitando a escala apresentada, temos:



Logo, tempo de entrada ou saída foi de:

$$t = 2,80 - 2,45 = 0,35h = \boxed{21min}$$

c) Analisando do gráfico e respeitando a escala apresentada, temos:



Logo, a profundidade da curva de luz é:

$$\Delta m = 7,0185 - 7,000 = \boxed{0,0185}$$

d) Comparando a magnitude da estrela antes do trânsito m_1 e depois do trânsito m_2 , temos que o valor do raio r do planeta é:

$$\begin{aligned} m_1 - m_2 &= -2,5 \cdot \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) \\ F_1 &= \frac{L_1}{A} = \frac{4\pi R^2 \cdot \sigma \cdot T^4}{A} \Rightarrow -\Delta m = -2,5 \cdot \log\left(\frac{R^2}{R^2 - r^2}\right) \Rightarrow -0,0185 = -2,5 \cdot \log\left(\frac{R^2}{R^2 - r^2}\right) \Rightarrow \\ F_2 &= \frac{L_2}{A} = \frac{4\pi(R^2 - r^2) \cdot \sigma \cdot T^4}{A} \\ \Rightarrow \frac{R^2}{R^2 - r^2} &= 10^{7,4 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow r = R \cdot \sqrt{1 - 10^{-7,4 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow r = 0,91.6,995.10^8 \cdot 0,12997 \Rightarrow \boxed{r = 8,226.10^7 m} \end{aligned}$$

e) Convertendo t e d para segundos, da equação (2), temos que o parâmetro adimensional b vale:

$$t = d \cdot \frac{r}{R} \cdot \sqrt{1 - b^2} \Rightarrow 1260 = 10800 \frac{8,226.10^7}{0,91.6,995.10^8} \cdot \sqrt{1 - b^2} \Rightarrow b = 0,439$$

Aplicando a 3ª Lei de Kepler na equação (1), temos:

$$\begin{aligned} d &= \frac{PR}{\pi \cdot a} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{r}{R}\right)^2 - \left(\frac{a}{R} \cdot \cos i\right)^2} \\ b &= \frac{a}{R} \cdot \cos i \Rightarrow d^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \cdot \frac{a^3 R^2}{\pi^2 a^2} \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{R}\right)^2 - b^2\right] \Rightarrow d^2 = \frac{4aR^2}{GM} \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{R}\right)^2 - b^2\right] \Rightarrow \\ P^2 &= \frac{4\pi^2}{GM} \cdot a^3 \\ \Rightarrow 10800^2 &= \frac{4a(0,91.6,995.10^8)^2}{6,67.10^{-11} \cdot 0,92.1,989.10^{30}} \cdot \left[\left(1 + \frac{8,226.10^7}{0,91.6,995.10^8}\right)^2 - (0,439)^2\right] \Rightarrow a = 8,115.10^9 m \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{a = 0,0541 \text{ua}} \end{aligned}$$

f) A inclinação i vale:

$$b \cdot R = a \cdot \cos i \Rightarrow 0,439 \cdot 0,91.6,995.10^8 = 8,115.10^9 \cdot \cos i \Rightarrow \boxed{i = 88^\circ}$$

g) O período orbital P , tem valor:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM} \cdot a^3 \Rightarrow P^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (8,115.10^9)^3}{6,67.10^{-11} \cdot 0,92.1,989.10^{30}} \Rightarrow P = 4,155.10^5 s = \boxed{4 \text{ dias } 20h}$$

3) a) Fazendo a diferença entre os semieixos de dois planetas sucessivos, encontramos os valores: 0,8 ua; 1,6 ua; 3,2 ua; 25,7 ua e 51,2 ua; que pode ser escrito como $0,8 \cdot 2^n$ com $\{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n \leq 7\}$. Para termos o primeiro termo ($n = 0$) com valor 1,1 ua, devemos acrescentar à relação 0,3 ua, logo a equação que descreve os semieixos dos planetas é:

$$\boxed{a = 0,3 + 0,8 \cdot 2^n} \quad \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n \leq 7\}$$

b) Analisando a tabela e a sequência encontrada, temos que o semieixo maior da órbita do planeta faltante ($n = 4$), é:

$$a = 0,3 + 0,8 \cdot 2^4 \Rightarrow a = 13,1 \text{ ua}$$

Já o seu período orbital P , será:

$$\frac{P_A^2}{a_A^3} = \frac{P^2}{a^3} \Rightarrow \frac{1,63^2}{1,1^3} = \frac{P^2}{13,1^3} \Rightarrow P = 66,99 \text{ anos}$$

c) Aplicando a 3ª Lei de Kepler, com os dados dos planetas de menor massa A e maior massa E , temos que a massa M da estrela central é:

$$\frac{P_A^2}{a_A^3} = \frac{4\pi^2}{G(M + m_A)} \Rightarrow \frac{(1,63 \cdot 3,15 \cdot 10^7)^2}{(1,1 \cdot 1,5 \cdot 10^{11})^3} = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (M + 0,165 \cdot 5,974 \cdot 10^{24})} \Rightarrow M = 1 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$\frac{P_E^2}{a_E^3} = \frac{4\pi^2}{G(M + m_E)} \Rightarrow \frac{(185,33 \cdot 3,15 \cdot 10^7)^2}{(25,9 \cdot 1,5 \cdot 10^{11})^3} = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (M + 419 \cdot 5,974 \cdot 10^{24})} \Rightarrow M = 1 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Concluimos que a massa dos planetas é muito menor que a massa da estrela central, cujo valor é cerca de $1 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.

4) a) Considerando o VLS em repouso em relação à Terra, temos que sua velocidade tangencial, paralela à superfície da Terra, no instante do lançamento é igual a velocidade de rotação da Terra na localidade onde se encontra a base, logo:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3.6400}{24} \Rightarrow v = 1600 \text{ km/h}$$

b) **Oeste para Leste.** A partir do enunciado, temos que para colocar um satélite em órbita, é necessário alcançá-lo a velocidade de 27 000 km/h, velocidade esta paralela à superfície terrestre. Como a Terra gira de Oeste para Leste, se lançarmos o VLS neste sentido, por inércia, aproveitaremos sua velocidade de rotação e, conseqüentemente, pouparemos recursos como, por exemplo, propelente.

c) Considerado o arraste mínimo no instante de lançamento, da 2ª Lei de Newton, temos:

$$E - P = m \cdot a \Rightarrow 10 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^4 \cdot a \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

d) Analisando a tabela, temos que a massa total inicial do VLS é 50 000 kg e após o fim da queima do propelente do segundo estágio passa a ser 8 391 kg. Portanto, entre estes eventos houve uma variação de massa de 41 609 kg. Essa variação corresponde as massas dos 4 motores do primeiro estágio descartados, considerados iguais de massa total M_1 , a queima do propelente do primeiro estágio, de massa total P_1 , e a queima do propelente do segundo estágio, de massa P_2 , logo:

$$M_1 + P_1 + P_2 = 41609 \text{ kg}$$

O intervalo de tempo entre o início e o fim da queima de propelente do segundo estágio é de 71 s. Como o segundo estágio consome 120 kg de propelente a cada segundo, temos que $P_2 = 8520 \text{ kg}$.

Entre o fim da queima do primeiro estágio e a separação do primeiro estágio, houve uma variação de massa de 6000 kg que corresponde ao descarte dos 4 motores, de massa total M_1 , e 2 s da queima do propelente do segundo estágio, ou seja, 240 kg. Portanto, $M_1 = 5760 \text{ kg}$.

A partir das conclusões anteriores, temos que a massa de propelente dos 4 propulsores do primeiro estágio é:

$$5760 + P_1 + 8520 = 41609 \Rightarrow P_1 = 27329 \text{ kg}$$

e) Alguns segundos após a separação do terceiro estágio, tem-se o início da manobra de basculamento que ocorre antes da ignição do quarto estágio. Como o VLS não se encontra propulsado durante essa fase, há uma redução de velocidade do conjunto, decorrente da ação da força gravitacional.