

Prueba Teórica Grupal

1. Rotación del disco galáctico: Determinar los parámetros de rotación de la Vía Láctea con datos GAIA. En este ejercicio, explorará algunos de los resultados más importantes del satélite GAIA lanzado por la Agencia Espacial Europea (ESA), que utiliza la astrometría más precisa que existe para mapear la Vía Láctea. GAIA entró en órbita en 2012 y en junio de 2022 publicó su tercer catálogo. A lo largo de este ejercicio puedes ignorar las incertidumbres, ya que el método es esquemático y los datos se obtienen de gráficos e imágenes que no son muy precisos.

Caracterización de la rotación del disco galáctico en las proximidades del Sol (Cálculo de las constantes de Oort)

El movimiento del Sol en el plano galáctico se puede deducir midiendo las velocidades de las estrellas en su vecindario. De esta manera, podemos caracterizar la rotación del disco galáctico, calculando la velocidad de rotación cerca del Sol y cómo esta velocidad cambia a medida que nos alejamos del centro galáctico. El método fue desarrollado por Jan Oort hace aproximadamente 100 años, cuando se dio cuenta de que el Sol se encontraba en una galaxia (como muchas otras) y en el plano galáctico.

a) Consideremos una estrella ubicada sobre el plano galáctico, con longitud galáctica " l " (ver nota*) y a una distancia " d " del Sol. Asuma que tanto la estrella como el Sol se mueven en una órbita circular alrededor del centro galáctico y en el plano galáctico. La velocidad del Sol es " V_0 ", la de la estrella es " V " y sus distancias al centro galáctico son " R_0 " y " R ", respectivamente. Con la ayuda de la Figura 1, escriba las componentes de velocidad de la estrella en relación con el Sol a lo largo de la línea que las conecta, la velocidad radial " $V_{\text{osb}, r}$ ", y la perpendicular (tangencial) a ella, " $V_{\text{osb}, t}$ ". Expréselas en términos de " V_0 ", " V ", la longitud galáctica " l " y el ángulo " α ", como se muestra en la Figura 1.

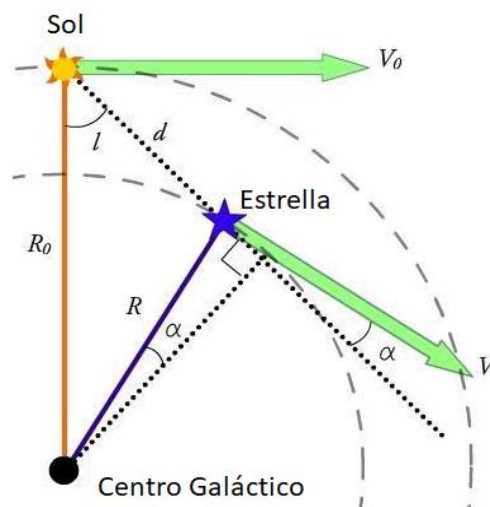


Figura 1: Esquema para ayudar a calcular la velocidad de una estrella en relación con el Sol debido a su movimiento en el plano galáctico [https://en.wikipedia.org/wiki/Oort_constants].

*La longitud galáctica es el ángulo que se mide sobre el plano galáctico en sentido anti horario a partir de la línea que une el Sol y el centro de la galaxia

b) Exprese las relaciones que obtuvo en (a) en términos de la velocidad angular de la estrella Ω y la del Sol Ω_0 y las respectivas distancias al centro galáctico.

c) Utilice el esquema de la Figura 1 para eliminar el ángulo " α " y expresar las componentes de velocidad de la estrella en relación al Sol en términos de Ω , Ω_0 , la distancia del Sol al centro galáctico " R_0 " y la distancia de la estrella al Sol " d ".

d) Para las estrellas que se encuentran en las proximidades del Sol, podemos suponer que su velocidad angular puede aproximarse a:

$$\Omega = \Omega_0 + k_0(R - R_0) \text{ Ecuación 1}$$

Lo que significa que la velocidad angular orbital depende de manera lineal de la distancia al centro galáctico, con una pendiente k_0 cerca del Sol (es decir, " k " puede variar con la distancia al centro galáctico " R "). Si la estrella está cerca del Sol, podemos aproximar su distancia al centro galáctico como:

$$R = R_0 - d \cos(l) \text{ Ecuación 2}$$

i. Haga un esquema geométrico de la Ecuación 2 y demuestre que, para un ángulo pequeño, " R " y " R_0 " son comparables (no es necesario realizar cálculos ni ecuaciones).

ii. Utilice las ecuaciones (1), (2) y las identidades trigonométricas para expresar las componentes de la velocidad de la estrella en relación con el Sol en términos de " R_0 ", " k_0 ", " d " y funciones trigonométricas de " $2l$ ". Puede utilizar las siguientes identidades trigonométricas:

$$\sin(2\theta) = 2\sin(\theta) \cos(\theta), \cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \text{ y } \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1.$$

Ayuda: asegúrese de que cada componente sea una función de $\sin(2l)$ o $\cos(2l)$.

e) Las constantes de Oort se definen como:

$$A = -\frac{1}{2}R_0k_0 \text{ Ecuación 3a}$$

$$B = -\frac{1}{2}R_0k_0 - \Omega \text{ Ecuación 3b}$$

i. Expresé las relaciones que obtuvo en (d) en términos de las constantes A y B.

ii. Haga un gráfico aproximado de la componente tangencial dividida por la distancia de la estrella al Sol " $V_{\text{osb},t}/d$ " en función de la longitud galáctica " l " e indique en el gráfico las constantes A y B.

iii. Explique brevemente qué representa el eje " y " del gráfico ii) y cómo puede deducir las constantes de Oort a partir de él.

Las constantes de Oort describen el movimiento de rotación del plano galáctico en las proximidades del Sol. Específicamente, su significado físico es el siguiente: " A " mide el grado de movimiento de cizallamiento del disco galáctico (es decir, la medida en que partes del disco a diferentes distancias del centro se mueven a diferentes velocidades angulares). " B " describe el grado de vorticidad del disco (es decir, la presencia de un movimiento local de "remolino"). El cizallamiento y la vorticidad son propiedades de un fluido en lugar del de un grupo de masas puntuales. Por lo tanto, esta descripción considera el disco galáctico como un fluido.

f) Utilizando los valores que obtuvieron en los incisos anteriores, calculen:

i. La velocidad angular orbital del Sol Ω_0 y su período de rotación alrededor del centro galáctico.

ii. La velocidad radial del Sol $V_{r,o}$ (pueden usar como su distancia al centro galáctico $8,23 \pm 0.12$ kpc).

iii. ¿Cómo varía la velocidad orbital del disco galáctico, con respecto a la distancia del centro de la Galaxia, en las proximidades del Sol, es decir: $(\Delta v / \Delta r)_{R_0}$?

Pueden usar la ecuación:

$$\frac{\Delta V}{\Delta r} = \Omega + r \frac{\Delta \Omega}{\Delta r} \quad \text{Ecuación 4}$$

2. Astronáutica Solar

En la superficie del Sol, aparece una mancha estacionaria (sin movimiento propio) sobre el ecuador. Para estudiarla, se lanza una nave espacial que órbita alrededor del Sol de manera que esté constantemente sobre esta mancha.

Debido a la construcción de los instrumentos en la nave, solo puede transmitir datos en la dirección opuesta al punto de observación, y el ángulo del campo de visión de la antena es $\theta = 3^\circ$.

¿Con qué frecuencia y por cuánto tiempo se podrá recibir la señal de este satélite en la Tierra? Considere las órbitas de la nave y la Tierra como circulares. La órbita de la Tierra se considera coincidente con el plano ecuatorial del Sol y de la órbita de la nave. El período sideral de rotación axial del Sol en el ecuador es de 24,47 días.

3. Fotones marcianos:

En un telescopio con un diámetro de 20 cm y una distancia focal de 1 000 mm (razón focal f/5), se fotografía a Marte durante una gran oposición (la distancia entre Marte y la Tierra es de 0.38 UA) usando una matriz de CCD con un tamaño de píxel de 5 μm por lado

a) ¿Cuántos píxeles ocupa Marte?

b) ¿Cuántos fotones habrá en cada píxel, si usamos un tiempo de exposición de 1/200 segundos?

c) Suponga que la CCD tiene 100% de eficiencia y que desde una estrella de magnitud 0 llegan 1×10^6 fotones por segundo por cm^2 .