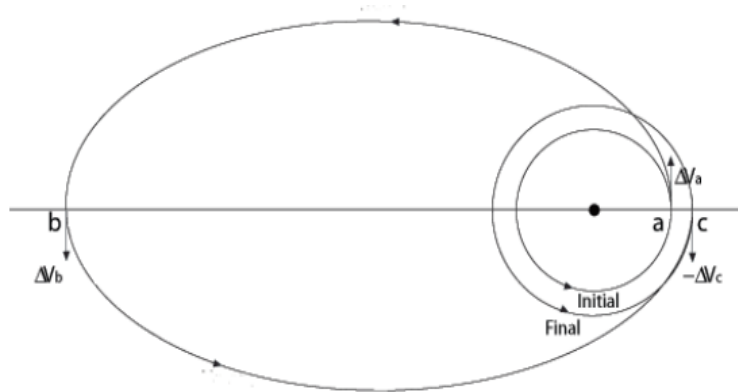


Prueba Teórica Grupal

1. Transferencia de órbitas. Dentro de la astronáutica se conoce como transferencia bi-elíptica a una maniobra orbital para transferir alguna nave de una órbita circular inicial a otra órbita circular más grande, dicha maniobra se realiza dando un impulso inicial Δv_1 para pasar a una órbita elíptica con un semieje-mayor a_1 , una vez llegando al apocentro de la órbita elíptica se da otro impulso Δv_2 que cambia la órbita de la nave a otra elipse con semieje-mayor a_2 , finalmente una vez la nave llegue al pericentro de su nueva órbita, se le da un último impulso Δv_3 que coloca la nave en la órbita circular deseada.



Suponga que se tiene a la nave inicialmente en una órbita terrestre baja de 300 km de altura y se desea transferir esta nave a la Luna, para esto es necesario enviar esta nave a una órbita circular que coincide con la de la Luna $R_L = 3.84 \times 10^8$ m, si se planea enviar a la nave en una transferencia bi-elíptica en donde la nave se llega a alejar hasta dos veces lo que la Luna a la Tierra, encuentre:

- El impulso inicial Δv_1
- El segundo impulso Δv_2
- El último impulso Δv_3
- El tiempo en terminar la transferencia de orbitas

Nota: la imagen no está a escala.

2. Ley de Hubble- Le maitre. Determinar distancias a las galaxias no es sencillo ya que no están tan cerca y un método como el paralaje se descarta y entonces se deben utilizar otros métodos. Uno de ellos, el que se aseguró en este ejercicio, contiene una suposición muy importante, pero debería ser suficiente para producir estimaciones bastante razonables de las distancias a las galaxias: si todas las galaxias tienen el mismo tamaño, uno podría ser capaz de estimar sus distancias relativas comparando sus tamaños aparentes, es decir, la que apareció más pequeña, será la más lejana.

Aunque existe un alto rango de tamaños físicos de las galaxias, en promedio, las galaxias más grandes encontradas de los cúmulos de galaxias son aproximadamente del mismo tamaño. Entonces, es posible estimar las distancias a los cúmulos de galaxias estudiando sus miembros más grandes. En este ejercicio se presentan imágenes de 3 galaxias correspondientes a 5 cúmulos distintos, así como una distribución espectral de energía de una galaxia por cada cúmulo. Resuelva lo siguiente:

Medir a lo largo de la dirección más elongada, el diámetro aparente (en mm) de cada una de las tres galaxias en cada uno de los cinco cúmulos de galaxias. Coloque sus resultados en la Tabla 1.

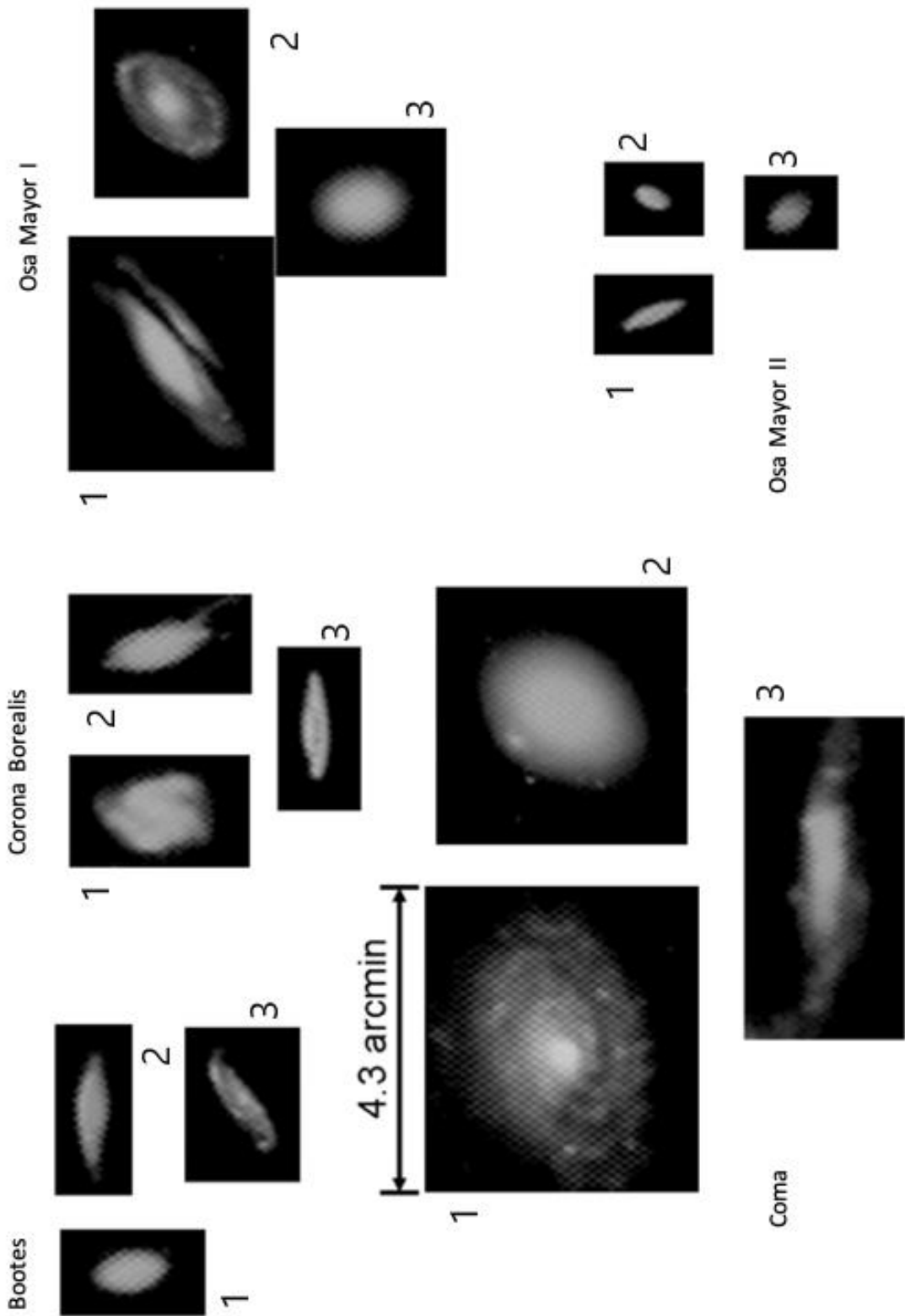
La distancia (d) a la galaxia está relacionada con su diámetro aparente (D) por la relación $d=S/D$ donde D es el diámetro de la galaxia medido en la imagen (en mm) y d es la distancia a la galaxia en Mpc. La cantidad S es un factor de escala

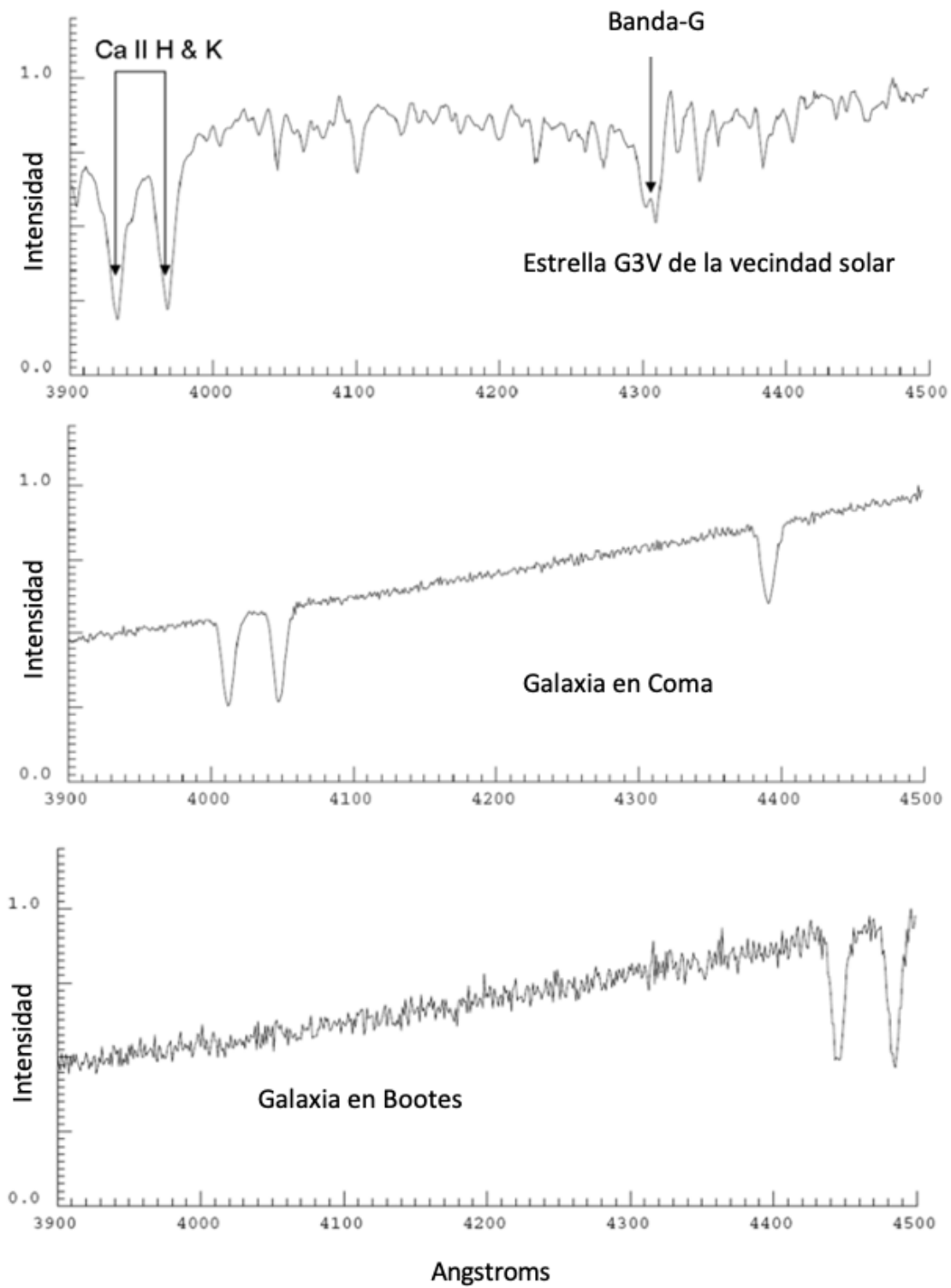
que relaciona estos dos conjuntos de unidades de distancia. Para la escala de las imágenes de las galaxias y para el tamaño máximo soportado de la galaxia más grande (aproximadamente 4,3 minutos de arco) que es de 90 kpc, S tiene un valor de $3.600 \text{ Mpc} \cdot \text{mm}$. Utilizando los valores de S , determine las distancias a las galaxias. Coloque sus resultados en la Tabla 1.

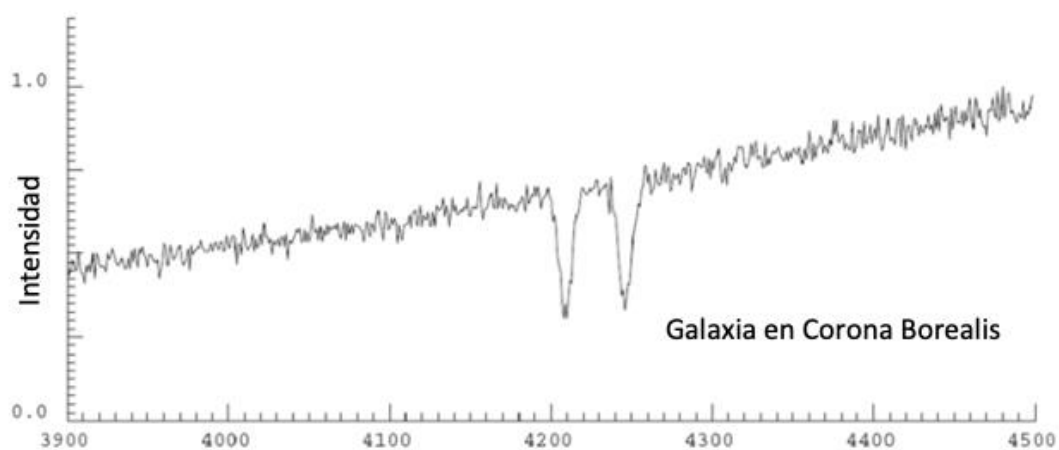
Se muestra una porción de la parte azul del espectro de una estrella G3V de la vecindad solar. También se muestra un espectro representativo para una galaxia de cada uno de los cinco cúmulos anteriores. Compare el espectro estelar con los de las galaxias e identifique las o las líneas observadas para determinar el corrimiento al rojo y posteriormente su velocidad radial en km/s.

Edwin Hubble hizo un diagrama con datos muy similares a estos. Grafiquen los resultados: la velocidad radial (el promedio, en km/s) en función de la distancia (el promedio en Mpc) para cada uno de los cinco cúmulos. Tracen el mejor ajuste entre los datos y el origen del plano que les permita estimar la pendiente en km/s/Mpc. ¿Qué significa esta constante, y qué representa físicamente?

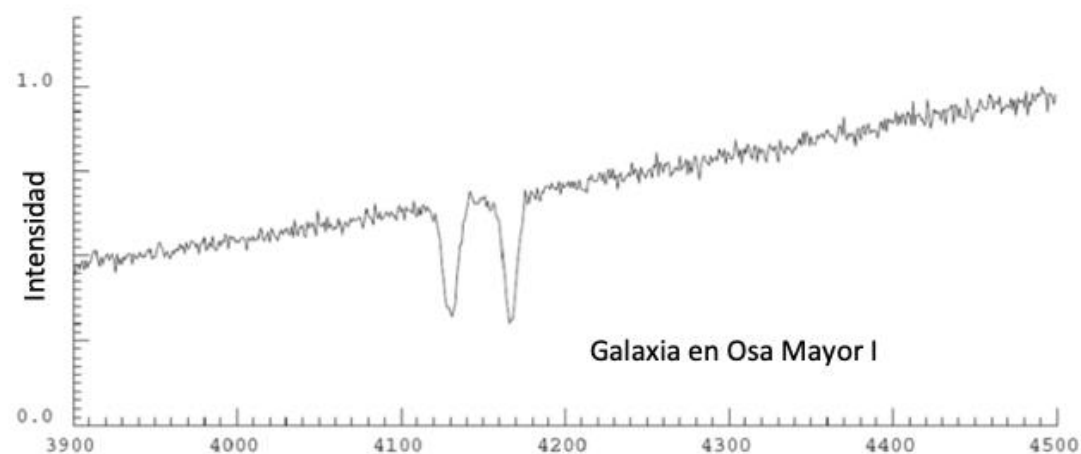
Nota: el uso de estos datos el valor final puede diferir del valor actualmente aceptado.



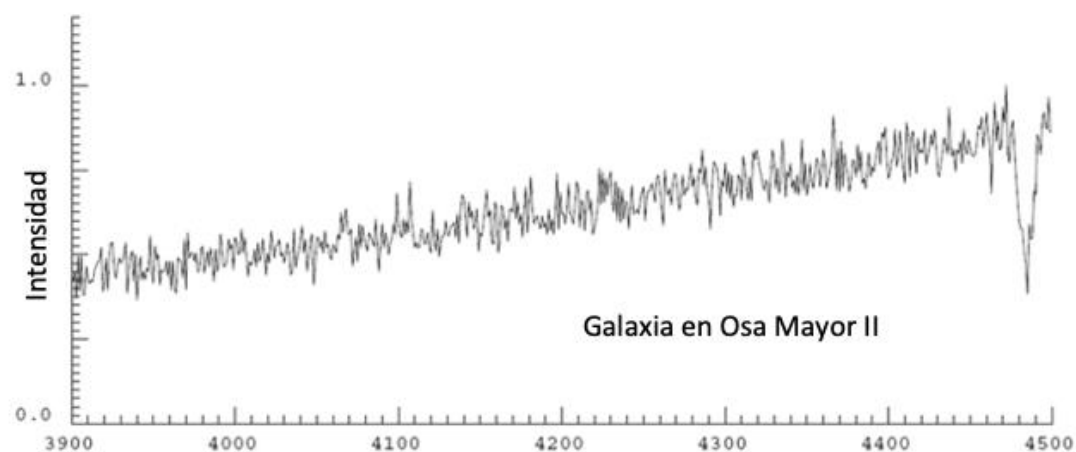




Galaxia en Corona Borealis



Galaxia en Osa Mayor I



Galaxia en Osa Mayor II

Angstroms

3. La enana que decrece. La estrella HD 49798 se ve en el telescopio como una estrella aislada, y su velocidad radial varía con un período $T=1.55$ días. Los datos de la medición de la velocidad radial están en la Figura 1. Junto a la estrella detectada en el óptico, fue descubierta una fuente de rayos X RXJ0648.0–4418, que resultó ser una enana blanca. La enana blanca muestra una rápida variación periódica de su flujo, debido a su movimiento de rotación $P=13.2s$. A lo largo de su movimiento orbital, el máximo de cada ciclo se retarda en llegar un tiempo τ , debido al valor finito de la velocidad de la luz. Su dependencia de la fase orbital está en la Figura 1. Más tarde se descubrió que la enana blanca se contrae y por este motivo su periodo de rotación disminuye en $2,5 \times 10^{-15}$ segundos por segundo.

Este objeto es la primera enana blanca en la que se detecta el proceso de contracción. En la Figura 2 se muestra la relación entre los valores característicos de las masas y los radios de las enanas blancas.

Asumiendo que la línea de la visual está en el plano de las órbitas circulares del sistema binario, estimen:

La velocidad y la dirección con la que se mueve el sistema en relación con el observador

El radio de la órbita de la estrella observada en el óptico (en UA)

El radio de la órbita de la estrella observada en X (en UA)

Las masas de ambas estrellas (en masas solares)

Cuánto se ha contraído la enana blanca durante los 20 años en los que ha sido observada

No considere el cambio en el momento de inercia de la enana blanca debido al acrecimiento de material procedente de la estrella óptica. Suponga que la masa de la enana blanca es constante durante la contracción. Consideren que la distribución de la densidad al interior de la enana blanca es homogénea. Ignoren la interacción mareal con la estrella óptica.

Tip: (ya que los cambios en la velocidad de rotación son pequeños) asuma que:

$$\frac{\omega + \Delta\omega}{\omega} = \frac{P}{P - \Delta P} = \frac{P + \Delta P}{P}$$

Donde ω es la frecuencia, P es el periodo y $\Delta\omega$ y ΔP son el cambio en la frecuencia y en el periodo respectivamente.

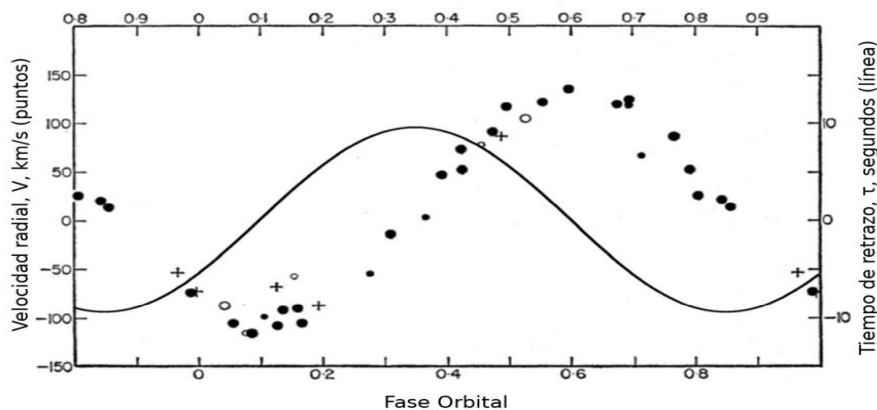


Figura 1. Dependencia de la velocidad radial de la estrella detectada en el óptico durante la fase orbital y el tiempo de retardo del máximo de la señal del componente de Rayos X.

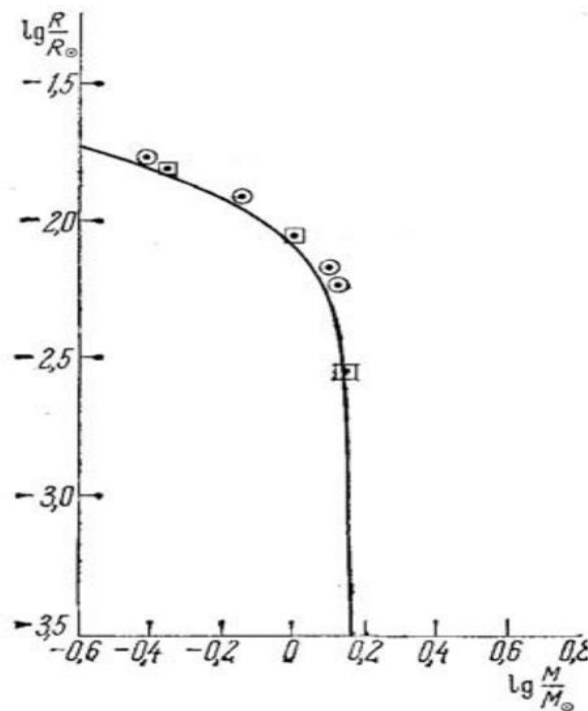


Figura 2. Muestra la relación entre los valores característicos de las masas y los radios de las enanas blancas (los valores se dan en logaritmos decimales de la relación de masas y radios a los solares).

4. SgA* masa y distancia. En este ejercicio se debe calcular la masa de un objeto en el centro de nuestra galaxia, la Vía Láctea, así como su distancia utilizando observaciones de alta precisión obtenidas gracias a la óptica adaptativa.

Muy cerca del centro galáctico hay un número de estrellas cuyas órbitas se han estado siguiendo. Los datos de estas orbitas están en la Tabla 1.

Utilice la 3ra Ley de Kepler para estimar la masa del centro de la Vía Láctea, basada en las órbitas de las estrellas. Siga los siguientes pasos:

Escriba la 3ra Ley de Kepler expresando la masa del objeto central en masas solares, el periodo orbital de la estrella en años y el semieje mayor de su órbita en UA.

Expresa el tamaño angular del semieje mayor de la órbita en el cielo Θ_a en función del tamaño del semieje mayor a y la distancia del Sol hacia el centro galáctico d_o (todas las estrellas están muy cerca al centro galáctico entonces se puede asumir que su distancia al Sol es la misma, así como la distancia del objeto central). En este resultado, Θ_a , se debe de expresar en *mas* (milisegundos de arco) y la distancia en *kpc* (sugerencia: utilicen la definición de pc).

Reescribe la 3ra Ley de Kepler expresada en el inciso a) utilizando Θ_a y d_o en lugar de a .

Tome el logaritmo de la relación y expréselo en una forma que le permita graficar el periodo de la órbita de una estrella en función del tamaño angular del semieje mayor. La relación entre los logaritmos del periodo y el semieje mayor es lineal: por ejemplo $y = \lambda x + c$

Utilizar los datos de tabla y colocarlos en un gráfico $\log(P)$ y $\log(\Theta_0)$ como lo sugirió en el inciso *d)*. Usted lo encontrará útil para obtener valores intermedios de los logaritmos de las cantidades respectivas.

Dibuje el mejor ajuste que describa los datos y obtenga la ecuación de esa pendiente.

Compare con la ecuación del inciso *d)* y obtenga la ecuación que relaciona la masa del centro de la galaxia M_c con la distancia al Sol d_0 .

2. La estrella S2 se ha observado en su movimiento orbital desde 1992. Su período es similar al tiempo desde que los datos se han compilado y entonces permite los cálculos con gran precisión.

La velocidad orbital en cualquier posición r , en una órbita elíptica es:

$$v^2 = G M_c \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (\text{Ec. 1})$$

donde la posición de la estrella a uno de los focos de la elipse está dada por: $r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta}$ (Ec. 2)

donde e es la excentricidad y el ángulo θ es medido desde el pericentro.

La velocidad máxima fue medida como 7650 km/s. Utilice las ecuaciones 1 y 2 para el valor máximo de la velocidad y obtenga una relación que conecte la masa del objeto central con la distancia al centro galáctico.

Combine las ecuaciones que obtuvieron en los incisos *1g)* y *2a)* para calcular la masa M_c del objeto central y la distancia d_0 al centro galáctico (será más sencillo si Usted utiliza ambas ecuaciones en las formas en que las cantidades aparecieron como logaritmos).

El objeto en el centro de la galaxia debería quedar en la órbita de la estrella más cercana a él.

i) ¿Cuál es entonces el tamaño máximo posible del objeto?

ii) Se cree que este objeto es un agujero negro. ¿Cuál es el tamaño de este agujero?

iii) Si tuviera que observar este agujero negro con un radiotelescopio que opera a una longitud de onda de 1,5 mm, ¿cuál sería el diámetro del telescopio que podría resolverlo? ¿Con qué se compara?

Estrella	<i>a (segundo de arco)</i>	<i>e</i>	<i>P(año)</i>
S1	0.508	0.496	132
S2	0.123	0.880	15.8
S4	0.298	0.406	59.5
S5	0.250	0.842	45.7
S6	0.436	0.886	105
S8	0.411	0.824	96.1
S9	0.293	0.825	58
S12	0.308	0.900	62.5
S13	0.297	0.490	59.2
S14	0.256	0.963	47.3

Tabla 1. La primera columna es el identificador de la estrella, la segunda columna es el tamaño angular del semieje mayor en segundos de arco, la tercera columna es la excentricidad y la cuarta columna es el periodo en años