

Prueba Teórica Grupal

1) Detección de exoplanetas

Un exoplaneta es un planeta que reside fuera de nuestro Sistema Solar. En particular, veamos el sistema planetario de la estrella TRAPPIST-1.

TRAPPIST-1 es una estrella enana de tipo espectral M8V, a una distancia de 12 pc en la constelación de Acuario. En 2015, un equipo de astrónomos utilizó el telescopio TRAPPIST, ubicado en el Observatorio La Silla en el desierto de Atacama, Chile, para estudiar TRAPPIST-1. Mediante el uso de tránsitos planetarios, se han encontrado tres exoplanetas que orbitan alrededor de esta estrella. El 22 de febrero de 2017 se anunció el descubrimiento de otros cuatro exoplanetas orbitando TRAPPIST-1, sumando un total de siete exoplanetas orbitando esta estrella.

La figura 1 muestra la curva de luz de TRAPPIST-1 eclipsada por el exoplaneta TRAPPIST-1g. El tiempo transcurrido entre el primer contacto (punto A) y el último contacto (punto D) es de 1,19 horas y el tiempo transcurrido entre los puntos B y C es de 0,99 horas. Para las siguientes preguntas, suponga que las órbitas son circulares.

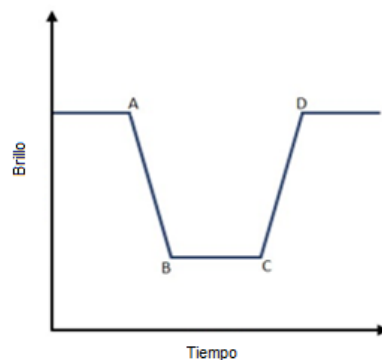


Figura 1

a) Calcular el radio R de TRAPPIST-1 y también el radio r de TRAPPIST-1g. Suponga que el plano orbital del sistema TRAPPIST-1 es paralelo a nuestra línea de visión y que la velocidad tangencial de TRAPPIST-1g es $v = 4,15 \times 10^4 \text{ m/s}$. Ahora considere que la magnitud aparente de TRAPPIST-1 cuando no es eclipsada por ninguno de los siete exoplanetas en el sistema es $m_1 = 13,43$.

b) Calcular la temperatura de TRAPPIST-1.

c) Encuentre la expresión analítica, en términos de R , r y m_1 , para calcular la magnitud aparente m_2 cuando el sistema está entre los puntos B y C.

La zona habitable es la región donde la radiación permite la presencia de agua líquida. Suponga que el agua se evapora a 100°C y se congela a 0°C .

d) Utilice los datos de la *Tabla 1* para calcular la masa de la estrella TRAPPIST-1. Luego, complete los espacios restantes en la tabla con la información que falta sobre el período orbital (en días) y el radio orbital (en au) de los siete exoplanetas de TRAPPIST-1.

e) Los exoplanetas giran rápidamente alrededor de sus propios ejes y toda la energía absorbida por ellos se vuelve a emitir como radiación de cuerpo negro. Suponiendo que el albedo de cada uno de los exoplanetas es igual $a = 0,1$. ¿Qué exoplanetas se encuentran dentro de la zona habitable?

El innovador *Starshot* (Starshot) es un proyecto que tiene como objetivo desarrollar microneves espaciales capaces de viajar al 20% de la velocidad de la luz.

Considere que la aceleración de las microneves para alcanzar el 20% de la velocidad de la luz es de 35 m/s^2 .

f) Si utilizamos una de estas microneves para llegar a TRAPPIST-1, estimar la duración mínima de este viaje.

Planeta	Período (días)	Radio orbital (ua)
1 b	1,51	
1 c		0,015
1 d	4,04	
1 e	6,09	0,028
1 f	9,20	
1 g	12,35	0,045
1 h		0,059

Tabla 1

2) La astronomía y los mayas

Chichén Itzá, ubicado en Tinum, México, es uno de los sitios arqueológicos más interesantes de la civilización maya debido a las precisas orientaciones astronómicas que presentan algunas de sus construcciones.

Es probable que para los mayas el paso del Sol por el cenit fuera de gran importancia, ya que este evento marca el final de la estación seca y el inicio de la estación lluviosa. Mantener un registro de estas fechas facilitó las actividades agrícolas.

Para los siguientes elementos, utilice la convención de azimut de NESW.

a) Al mediodía del 21 de diciembre, el templo de Kukulkán proyecta una sombra de 22 m de largo. Determinar la latitud de Chichén Itzá sabiendo que la altura de la parte superior del templo es de 23 m (Figura 1).

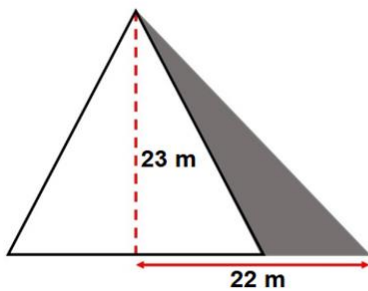


Figura 1

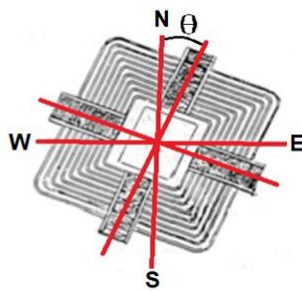


Figura 2

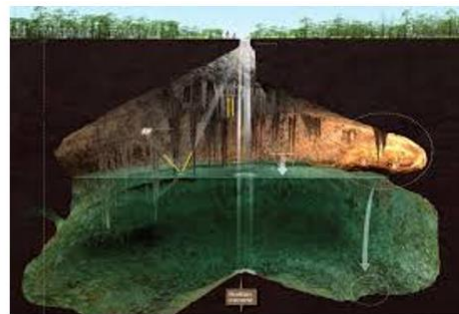


Figura 3 - Cenote de Holtun

Las mediciones revelan que la escalinata oeste del templo de Kukulkán tiene un azimut de 290° medido desde el norte (Figura 2).

b) ¿Cuál es el ángulo de desviación (θ) de los ejes de las pirámides con relación a los puntos cardinales?

Actualmente, el 23 de mayo y el 19 de julio se produce el paso cenital del Sol en Tinum. En estos días, la luz del sol penetra verticalmente, a través de un hueco rectangular trazado en la roca por los mayas, en un gran pozo conocido como Cenote de Holtún (Figura 3). El Cenote Holtún _ tiene simbolismo religioso relacionado con el inframundo de la cosmovisión maya.

c) ¿Cuál es el azimut del Sol, en su salida y puesta, el 23 de mayo en Tinum?

El planeta Venus, llamado Ahzab por los mayas Kab Ek (la Estrella que despierta la Tierra), fue una estrella muy importante asociada con la guerra, la muerte, la pestilencia y la destrucción. Las ventanas de *El Caracol*, el observatorio astronómico maya más importante de Chichen Itzá, permiten seguir la trayectoria de ese planeta durante todo el año.

d) ¿Cuál es el diámetro angular de Venus, visto desde la Tierra, en sus aproximaciones máxima y mínima?

Nota: distancia Venus-Sol = 0,72 ua; radio de Venus = 6051,8 km.

La unidad básica del calendario maya es el día o kin. Veinte kines forman un winal, y 18 winales se aproximan al año solar de 360 días, conocido como tun. Veinte melodías hacen un katun y 20 katunes hacen un baktun. El período de conteo maya más largo es un ciclo que dura 13 baktunes.

e) Las Pléyades culminan superiormente en Tinum ($\lambda = 88^\circ 34' O$) a las 3:47 am del 21 de septiembre. Determine el ángulo horario del cúmulo en *Greenwich*, al mismo tiempo, luego de 13 winales y 18 kines.

f) Determinar si las Pléyades son visibles circumpolares en Tinum, sabiendo que la altura de las Pléyades en la culminación superior es de $83^\circ 36'$.

g) El final del último gran período de conteo maya ocurrió el 21 de diciembre de 2012. ¿Cuál fue la fecha de inicio de este ciclo? Adopte que 1 año tiene 365.

3) Materia oscura en una galaxia

Vera Cooper Rubin fue una astrónoma estadounidense, pionera en medir la rotación de estrellas dentro de una galaxia. Sus medidas son evidencia de la existencia de materia oscura.

La atracción gravitatoria de la materia observable es demasiado débil para explicar las velocidades de rotación de las galaxias, lo que implica que debe haber una masa no visible en algún lugar dentro o alrededor de las galaxias que permita que existan estas velocidades. Esta materia oculta se conoce como materia oscura.

Para este problema, las galaxias observadas por Rubin se modelarán de la siguiente manera: una protuberancia esférica de radio R_b rodeado por un halo esférico, como se muestra en la *Figura 1*. En todo el problema, considere que las estrellas son cuerpos puntuales de masa m uniformemente distribuida en el bulbo, con densidad numérica n que se mueven en órbitas circulares. La masa de estrellas que se encuentran en el halo es insignificante.

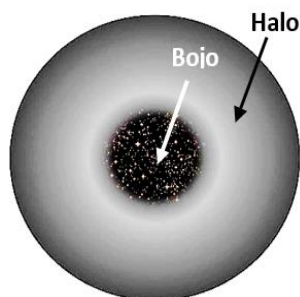


Figura 1

a) Si la galaxia consiste solo de estrellas, encuentre la velocidad de las estrellas $v(r)$ en función de su distancia r desde el centro de la galaxia. Considere los casos $r < R_b$ y $r \geq R_{segundo}$

b) Dibujar la función $v(r)$ que obtuviste en el ítem anterior.

La galaxia NGC7537 se encuentra a una distancia de 38 Mpc y su magnitud aparente es $m=15,7$. Supongamos que la galaxia NGC7537 sólo estrellas similares al Sol.

c) Estime el número de estrellas en la galaxia NGC7537.

La *Tabla 1* muestra los valores observados de la velocidad de rotación de algunas estrellas y el diámetro angular de sus órbitas alrededor del centro de NGC7537. Suponga que el diámetro angular del bulbo de esta galaxia es de $20''$.

d) Con los datos de la *Tabla 1*, haz una gráfica de la velocidad en función de la distancia al centro de la galaxia (medida en kpc).

Diámetro angular (")	v (km/s)
2	14,32
4	29,48
6	46,06
8	58,04
10	73,5
12	91,1
14	106,76
16	121,48
18	134,86
20	150,14
22	149,72
28	150,72
34	151,14
40	149,2
46	151,22
52	148,62
58	151,68
64	150,28
70	150,28
76	150,62

Tabla 1

e) ¿Cuál es la función $v(r)$ para la galaxia NGC7537?

f) Estime la masa total del bulbo de la galaxia NGC7537. Exprese su respuesta en masas solares.

La discrepancia entre los gráficos obtenidos en los puntos **(b)** y **(d)** indica la existencia de materia oscura en la galaxia. Suponga que el perfil de densidad esférica de la materia oscura está definido por la siguiente función:

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^\alpha$$

g) Determinar el exponente α , necesario para obtener una gráfica como la del inciso **(d)** para $r > R_{\text{segundo}}$

Aunque la existencia de materia oscura es una solución aceptada al problema de la curva de rotación de galaxias, se puede sugerir una solución alternativa, modificando las Leyes de Newton. La dinámica newtoniana modificada (*MOND*) es una hipótesis que postula que la Segunda Ley de Newton se puede reescribir como $F = ma\mu$ donde μ es una función con la propiedad de $\mu = 1$ para $\frac{a}{a_0} \gg 1$; y $\mu = \frac{a}{a_0}$ para $\frac{a}{a_0} \ll 1$, donde a es la aceleración y a_0 es una constante que determina la transición entre la gravitación de Newton y *MOND*.

h) Demuestre que esta reformulación conduce a una velocidad de rotación constante en el halo esférico de una galaxia cuando $a \ll a_0$.