

Prueba Teórica Grupal

Pregunta 1: Entre las estrellas de la siguiente tabla (equinoccio 2000), escribe cuál es, o cuáles son:

- Los pertenecientes al hemisferio sur celeste;
- Los que nunca se ven en Santiago ($\phi = 33^\circ \text{S}$);
- Las que sean circumpolares visibles en Montevideo ($\phi = 35^\circ \text{S}$);
- Las que hagan su paso por el meridiano más cercano al cenit en la Ciudad de México ($\phi = 19^\circ \text{N}$);
- A que realicen su cruce por el meridiano el 21 de marzo a la hora más cercana a las 2:30 am (hora local) en Río de Janeiro ($\phi = 23^\circ \text{S}$; $\lambda = 43^\circ \text{O}$).

Estrella	Asceción Recta (AR)	Declinación (δ)
Peacock (α -Pav)	20h 25min 39s	$- 56^\circ 44' 07,4''$
Alderamin (α -Cep)	21h 18min 34,9s	$+ 62^\circ 35' 06,4''$
Algeiba (γ -Leo)	10h 19min 58,7s	$+ 19^\circ 50' 25,9''$
Rigel (β -Ori)	5h 14min 32,3s	$- 08^\circ 12' 05,9''$
Polaris (α -UMi)	2h 31min 50,2s	$+ 89^\circ 15' 51,3''$
Regulus (α -Leo)	10h 08min 22s	$+ 11^\circ 58' 02,8''$
Arcturus (α -Boo)	14h 15min 38,6s	$+ 19^\circ 10' 22,1''$
Pollux (β -Gem)	7h 45min 18,2s	$+ 28^\circ 01' 31,7''$
Achernar (α -Eri)	1h 37min 43s	$- 57^\circ 14' 13,3''$

Pregunta 2: El Sol tiene un diámetro promedio de $1,392 \times 10^6 \text{ km}$ mientras que la Luna tiene un diámetro promedio de 3475 km . La distancia del Sol a la Tierra varía de $1,471 \times 10^8 \text{ km}$ a $1,521 \times 10^8 \text{ km}$, mientras que la Luna puede ser de 363104 km a 405696 km . De esta forma, los eclipses solares pueden ser totales o anulares dependiendo de las distancias de las dos estrellas en el momento del eclipse. Naturalmente, esto ocurre en un punto de la Tierra que se alinea con el centro de las dos estrellas.

a) Suponiendo que los parámetros geométricos del eclipse lunar del 27 de septiembre de 2015 (Luna Llena) fueran los mismos que los de un eclipse solar (Luna Nueva), demuestre que tal eclipse solar sería total. Suponga además que la distancia de la Tierra al Sol en este día es de $1,496 \times 10^8 \text{ km}$ y que la Luna está en el perigeo.

b) Demuestre que un eclipse solar es anular cuando la Luna está en la configuración de distancia máxima, con respecto a la Tierra y al Sol.

Pregunta 3: Las mareas de la masa líquida en la Tierra resultan astronómicamente de la acción gravitatoria diferencial del Sol y la Luna sobre la distribución de esta masa, constituida principalmente por mares y océanos. La acción gravitatoria lunar predomina con relación a la solar en una proporción aproximada de 2 a 1. Para una determinada localidad, las mareas más altas se dan cuando la Luna pasa por el meridiano, siendo máximas en lunas nuevas y llenas con la Luna en perigeo y la Tierra en el perihelio; las mareas altas de altura comparativamente más baja ocurren en cuadraturas lunares. La traslación de la Luna combinada con la rotación de la Tierra, que es más rápida, genera un desfase de las mareas en relación al período de rotación de la Tierra, requiriendo un tiempo adicional de rotación de la Tierra (en promedio 52 min) para que la Luna alcanzar un meridiano dado en un segundo pase consecutivo.

a) Un observador junto al mar ve la Luna Llena pasando el meridiano con marea alta en un tiempo (promedio) t_0 . Estime el tiempo (tiempo aproximado) en el que ocurrirán las próximas dos mareas altas en el lugar relativo a t_0 .

b) A continuación, proporcionamos una tabla de valores máximos de mareas altas en relación con un nivel medio entre mareas altas y bajas (referencia cero) para un puerto marítimo, registrado durante varios años.

Fecha (año)	Altura de marea máxima (metros)
1952,6	3,34
1957,0	3,38
1961,8	3,40
1966,0	3,35
1970,0	3,35
1975,0	3,38
1979,2	3,40
1988,6	3,37

Con los datos de la tabla, construye una gráfica que relacione las alturas de las mareas máximas con las respectivas fechas. Usa el papel cuadriculado provisto con la prueba. Utilice escalas apropiadas.

c) Los valores de las alturas de las mareas máximas muestran una variación periódica provocada por la precesión de la órbita de la Luna. Con base en el gráfico de la parte (b), determine el intervalo de tiempo de la precesión lunar.

Pregunta 4: Los cuerpos del Sistema Solar se distinguen de otras estrellas de varias maneras. En general, no tienen fuentes internas de energía, y sólo son detectables por la radiación solar que reflejan o reemiten térmicamente. Una consecuencia de este hecho es que la energía proveniente del Sol es también en gran parte responsable de las temperaturas de estos cuerpos. Para cuerpos sin atmósfera y sin fuentes internas de calor, la temperatura más alta posible se obtiene asumiendo el balance radiativo entre la superficie del cuerpo y la radiación solar incidente. Si suponemos que no hay conducción de calor al interior del cuerpo, tenemos:

$$\varepsilon \sigma T_{ss}^4 = \frac{S_{\odot}}{R^2} (1 - A)$$

En esta ecuación tenemos:

T_{ss} : punto de temperatura subsolar, punto de la superficie del cuerpo que sería interceptado por una línea imaginaria que conecta el centro del cuerpo con el centro del Sol;

σ : Constante de Stefan-Boltzmann;

ε : emisividad, que es la fracción de radiación térmica que realmente emite el cuerpo y depende (débilmente) de su composición. Para un cuerpo emisor ideal, llamado "cuerpo negro", tendríamos $\varepsilon = 1$; valores de $\varepsilon \approx 0,9$ es generalmente una buena aproximación para los cuerpos del Sistema Solar;

$S_{\odot}$: constante solar, que es la cantidad total de energía emitida por toda la superficie del Sol en un segundo;

R : la distancia entre el cuerpo y el Sol; y

A : el albedo hemisférico del cuerpo, que mide la fracción de la energía incidente que es reflejada por el cuerpo y depende de su composición.

Con esto, la ecuación establece que la cantidad de energía térmica emitida en un segundo por unidad de área del cuerpo ($\varepsilon \sigma T_{ss}^4$) en un punto dado de su superficie debe ser igual a la cantidad de energía por unidad de área que incide en ese punto ($\frac{S_{\odot}}{R^2}$) y es absorbido por ella ($1 - A$). Por lo tanto, la ecuación anterior en la práctica considera que hay conservación de la energía.

A partir de la temperatura, el flujo de calor total de un cuerpo se puede escribir como:

$$\frac{\pi \mathcal{R}_{eff}^2}{2\Delta^2} (\varepsilon \sigma T_{SS}^4)$$

donde Δ es la distancia del cuerpo al observador y $\mathcal{R}_{eff}$ es el radio efectivo del cuerpo.

Definiendo una constante $C = \frac{S_{\odot}}{\sigma} = 2,411 \times 10^{10} K^4 (ua)^2$, donde K es la temperatura Kelvin y ua es una unidad astronómica, que corresponde a la distancia promedio de la Tierra al Sol, considerando una emisividad constante $\varepsilon = 0,9$, los datos de la tabla con las distancias promedio al Sol y albedos hemisféricos de varios Cuerpos del Sistema Solar:

Cuerpo	R (ua)	A
Mercurio	0,4	0,07
Luna	1,0	0,11
Phobos (satélite de Marte)	1,5	0,02
Vesta	2,2	0,18
Europa (satélite de Júpiter)	5,2	0,96
Enceladus (satélite de Saturno)	9,5	0,99

a) Calcula las temperaturas subsolares de los objetos de la tabla. Calcula también las temperaturas que tendrían estos objetos si todos tuvieran el albedo hemisférico de Vesta y construye una gráfica con estos valores.

b) ¿Qué pasaría con las temperaturas calculadas si la conducción de calor en la superficie del cuerpo fuera importante? ¿Por qué?

c) Considerando que en el vacío el hielo de agua se sublima (pasa de estado sólido a gaseoso) a una temperatura de 150 K y que el albedo hemisférico del hielo de agua es $A = 0,9$. ¿A qué distancia del Sol es posible encontrar hielo de agua en la superficie de un cuerpo sin atmósfera?

Pregunta 5: En un artículo publicado en 1903, el ruso *Tsiolkovsky* (1857-1935) presentó la famosa ecuación del cohete:

$$\Delta v = I_{SP} \cdot g \cdot \ln \left(\frac{m_i}{m_f} \right)$$

en ella Δv representa la ganancia de velocidad teórica resultante del encendido de cada etapa. I_{SP} es el impulso específico del motor del cohete, que básicamente depende del propulsor utilizado. g es la aceleración de la gravedad, m_i es la masa inicial del cohete m_f es la masa final, que se obtiene restando a la masa inicial del cohete la masa de propulsor consumida en esa etapa. La siguiente tabla proporciona la ganancia de velocidad obtenida al quemar cada una de las cuatro etapas del Vehículo Brasileño de Lanzamiento de Satélites (VLS-1).

Etapas	$M_{propelente}$ [kg]	$M_{estructura}$ [kg]	Δv [m/s]
1ª	29 000	5 500	2 169
2ª	7 250	1 375	1 650
3ª	4 544	1 183	2 704
4ª	808	240	3 042
TOTAL	41 602	8 298	9 565

Los valores de Δv para cada etapa se calcularon considerando $I_{SP} = 350\text{s}$ y $g = 10\text{ m/s}^2$. Además, se supuso que la masa del satélite era de 100 kg.

A partir de los datos presentados en la tabla, estime:

- la relación entre la masa del propulsor y la masa total del cohete en el momento del despegue.
- la relación entre la masa del satélite y la masa total del cohete en el despegue. Expresé sus resultados en términos porcentuales.
- La ecuación de Tsiolkovsky no considera los efectos de la gravedad y la fricción entre el cohete y la atmósfera terrestre. Ambos efectos disminuyen la ganancia de velocidad teórica. En consecuencia, el valor real de Δv del VLS-1 es el 80 % del obtenido a partir de la ecuación del cohete. Con base en este hecho, exprese la velocidad final del VLS-1 después de quemar sus cuatro etapas.
- Si bien en casi todos los vehículos de lanzamiento de satélites se utilizan propulsores sólidos, es habitual utilizar propulsores líquidos en al menos una etapa, ya que permiten una mayor precisión en la puesta en órbita del satélite. Con eso en mente, a un ingeniero se le ocurrió la idea de reemplazar la tercera y cuarta etapa del VLS-1 con un solo motor movido por propelente líquido. Los valores de Δv_1 y Δv_2 tuvieron que volver a calcularse porque la masa de la tercera etapa en el nuevo cohete propuesto es diferente, como se muestra en la siguiente tabla.

Etapas	$M_{\text{propelente}} [\text{kg}]$	$M_{\text{estructura}} [\text{kg}]$	$\Delta v [\text{m/s}]$
1°	29 000	5 500	2 402
2°	7 250	1 375	2 176
3°	3 000	750	Δv_3
TOTAL	39 250	7 625	$\Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3$

Recordando que el impulso específico del motor de propelente líquido es $I_{SP} = 350$ si la masa del satélite sigue siendo de 100 kg, utilice la ecuación del cohete para obtener Δv_3 .

- Con base en el Δv_3 obtenido arriba, calcule el $\Delta v_{\text{total}} = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3$ y compararlo con el obtenido para el caso de los cuatro propulsores sólidos del VLS-1. ¿Vale la pena reemplazar la tercera y cuarta etapa sólida por una etapa líquida?